

# ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ОТСУТСТВИЯ ОБЩЕГО ЗНАНИЯ РАЦИОНАЛЬНОСТИ

Сигалова Ольга Михайловна  
магистр  
МГУ им. М.В. Ломоносова  
Экономический факультет  
(г. Москва, Россия)<sup>38</sup>

## Аннотация

*В работе проведены систематизация и анализ европейских и американских эмпирических исследований, выявляющих нарушение предпосылки об общем знании рациональности в игровых экспериментах. Цель работы состоит в выявлении возможности прогнозирования поведения экономических агентов при помощи иерархических моделей с неполным общим знанием рациональности. За основу взята «Модель уровня n» (Level-n model), предложенная Р. Нагель в работе (Nagel, 1995) для игры «Конкурс красоты» (Beauty contest game). В первой части обобщены результаты эмпирического тестирования игры. Во второй части рассматривается зависимость исхода игры от контекстных условий. В третьей части приведен обзор исследований, применяющих модель игры для объяснения поведения на финансовых играх и в аукционах.*

**Ключевые слова:** теория игр, общее знание рациональности, ограниченное стратегическое мышление, игра «Конкурс красоты», модели уровня n.

**JEL коды:** C72, C91, D03.

---

<sup>38</sup> Сигалова О.М. olga.sigalova88@gmail.com

В экономике теория игр является важным инструментом для анализа оптимальных стратегий поведения индивидов и фирм в ситуациях, исход которых зависит от стратегий поведения других агентов. Однако стандартные концепции поиска решений в играх – равновесие Нэша, совершенное равновесие на подыграх, равновесие в доминируемых стратегиях и др. – могут быть использованы для получения прогнозов стратегического взаимодействия только при соблюдении набора достаточно жестких предпосылок, к которым относится и предпосылка о том, что рациональность игроков является общим знанием.

В реальной жизни предпосылка об общем знании рациональности соблюдается редко. Многие стратегические задачи требуют серьезного анализа и математических расчетов. Если исход зависит от решения многих лиц, логичным является предположение о том, что не все смогут должным образом решить поставленную задачу. Однако, как только такое предположение сделано, даже игроки, имеющие достаточный опыт и знающие равновесные стратегии, начнут систематически отклоняться от своих равновесных стратегий. В таких ситуациях, как отмечено в работе Ауманна (Aumann, 1995, с. 647), применение стратегий, рекомендуемых стандартными концепциями поиска решений в играх (у Ауманна – обратной индукции), «может быть не только не обоснованным и не мудрым, но и просто нерациональным».

Возможной альтернативой в таких ситуациях может быть обращение к моделям обучения и эволюции<sup>39</sup>. Эти модели не требуют каких-либо предпосылок, касающихся рациональности и представлений игроков – стратегии поведения формируются только исходя из опыта прошлых игр. Однако такие модели применимы только в динамических и повторяющихся играх, и поэтому они не могут объяснить некоторые явления в экономике. Это те явления, которые возникают непосредственно вследствие того, что рациональность не является общим знанием, например: спекуляции на рынках ценных бумаг, механизм образования финансовых пирамид и пузырей и прочие ситуации, в которых стратегии игроков основаны на желании опередить или обмануть конкурента. Введение предпосылки об общем знании рациональности будет автоматически означать невозможность любого обмана и спекуляций. Аналогично, многие из этих явлений не могут повториться дважды в одинаковых условиях, поэтому их нельзя изучать на основе моделей обучения на опыте.

В настоящее время в литературе по поведенческой теории игр представлен только один класс моделей, способных учитывать различия в уровне знания рациональности среди игроков, – это модели, в которых вводится иерархия типов, упорядоченных по глубине стратегического мышления (и, соответственно, по глубине знания рациональности). Метод был предложен Р. Нагель и описан в работе (Nagel, 1995) для простейшей игры «Конкурс красоты» Кейнса (в оригинале – Beauty contest game, или P-beauty). Эксперимент по данной игре был многократно повторен в различных странах и показывал достаточно стабильные результаты. Постепенно сам метод отделился от игры Beauty contest и стал распространяться для моделирования более сложных явлений экономической реальности.

В данной работе были проведены систематизация и анализ эмпирических исследований, выявлявших отсутствие общего знания рациональности в играх. Цель работы состояла в анализе возможности получения прогнозов поведения из моделей, не требующих введения соответствующей предпосылки относительно знания рациональности. В первой части обобщены результаты эмпирического тестирования игры. Во второй части

---

<sup>39</sup> Обзор этих работ представлен, в частности, в работе Вейбулла (Weibull, 2000).

рассматривается зависимость исхода игры от контекстных условий. В третьей части приведен обзор исследований, применяющих модель игры для объяснения поведения на финансовых играх и в аукционах.

## **1. Выявление нарушения предпосылки общего знания рациональности в играх**

Достаточные условия для концепций поиска решений в играх были строго математически сформулированы в работах по эпистемической теории игр (epistemic game theory), в частности, в работах Ауманна (Aumann, 1995), Бена-Пората (Ben-Porath, 1997), Бранденбургера (Brandenburger, 2008) и др. Сами предпосылки получили название эпистемических условий равновесия. В данной работе рассматриваются неравновесные модели, которые должны объяснять поведение агентов в условиях нарушения одной из предпосылок стандартных концепций поиска решений – предпосылки об общем знании рациональности. Обычно в этих моделях дополнительно вводится некоторая доля игроков, действующих нерационально (не максимизирующих прибыль), однако сам метод, описанный в данной работе, не изменится, если все игроки будут действовать рационально, но в условиях неполного общего знания рациональности.

В данной работе использованы определения рациональности и знания рациональности из статьи Бранденбургера. Под рациональностью понимается максимизация прибыли с учетом всей доступной информации (поиск наилучшего ответа в игре). Общее знание рациональности может быть определено как предел последовательности «рациональности и знания рациональности порядка  $m$ » при  $m \rightarrow \infty$ . Рациональный игрок с нулевым порядком знания рациональности считает, что все остальные игроки ведут себя нерационально, и максимизирует прибыль при этих представлениях. Рациональный игрок с первым порядком знания рациональности максимизирует прибыль, считая, что все остальные игроки рациональны, но обладают нулевым порядком знания рациональности. Аналогично, второй порядок знания рациональности означает, что игрок уверен в том, что противник уверен в его рациональности, и так далее до бесконечности. Метод, рассматриваемый в данной работе, основан на предположении о том, что игроки могут быть упорядочены по уровню знания рациональности и количество типов при этом будет конечно и не слишком велико.

Предпосылка общего знания рациональности нарушается в большом количестве игровых экспериментов, однако по ряду причин только одна игра – «Конкурс красоты» – обычно выбирается всеми исследователями для тестирования моделей с иерархией типов. К числу таких причин относятся простота игры, сходжение результатов в экспериментах к равновесию при достаточном числе повторов, отсутствие мотивов альтруизма, справедливого дележа, неприятия неравенства и других факторов, искажающих результаты.

Идея игры восходит к работе М. Кейнса «Общая теория занятости, процента и денег» 1936 г. Кейнс сравнил профессионального инвестора с участником соревнования в газете, которому нужно выбрать шесть наиболее привлекательных лиц из 100 фотографий, и выигрывает тот, кто наиболее близок к средним предпочтениям участников: «Это не тот случай, когда мы выбираем наиболее привлекательные для нас лица, и даже не выбор лиц, наиболее привлекательных по среднему мнению читателей. Мы достигли третьей стадии,

когда мы прилагаем наши умственные способности, чтобы предсказать, каким по среднему мнению будет среднее мнение. И, я верю, есть некоторые, кто практикует четвертый, пятый и более высокие уровни».

Первый эксперимент по игре *p*-beauty был проведен Р. Нагель и описан в статье (Nagel, 1995). Игроки, разбитые на группы по 15-18 человек, одновременно выбрали целое число  $x$  от 0 до 100. Выигрывал игрок, чье число было ближе всего к  $p \cdot \bar{x}$ , где  $\bar{x}$  – среднее арифметическое выбранных чисел.

Эта игра разрешима по итерационному исключению слабо доминируемых стратегий. При  $p < 1$  игра всегда имеет равновесие в 0, при  $p > 1$  – в 0 и 100. В экспериментах, как правило, игрокам предлагают выбирать целые числа. В этом случае могут появляться новые равновесия Нэша в числах, близких к 0. Например, при  $p = 0,8$  числа 2 и 1 также являются равновесиями по Нэшу.

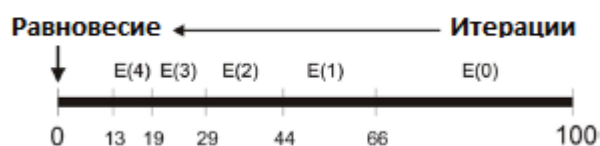


Рис. 1. Итерационное исключение доминируемых стратегий,  $p = 2/3$

Процедура итерационного исключения стратегий по слабому доминированию состоит в следующем. Числа из интервала  $(66, 100]$  никогда не будут выигрышными, поэтому они доминируемы на 0-м раунде. После исключения  $E(0)$  доминируются числа из  $E(1)$  – это первый раунд исключения доминируемых стратегий, и т.д. Если не ограничивать выбор игроков целыми числами, процесс исключения доминируемых стратегий является бесконечным, однако он сходится к одной неподвижной точке – 0, которая и будет равновесием. При выполнении всех эпистемических условий для равновесия Нэша (см. Brandenburger, 2008) эта точка должна быть выбрана сразу всеми игроками.

Модели, отказывающиеся от предпосылки об общем знании рациональности, построены на принципе итерационного наилучшего ответа (IBR). Первая версия такой модели была предложена в работе Р. Нагель 1995 года. Впоследствии возник целый класс аналогичных работ, в литературе получивших название «моделей уровня  $n$ » (Leve- $n$  models).

Процедура нахождения итерационного наилучшего ответа практически копирует итерационное исключение доминируемых стратегий, только она начинается не на конце отрезка, а с некоторой точки отсчета – точки, которая по каким-либо (отличным от максимизации прибыли) причинам будет выбираться нерациональными игроками наиболее часто. За такое число Нагель принимает 50 – середину отрезка и «ожидаемый выбор игрока, выбирающего случайно из симметричного распределения». В соответствии с основной гипотезой данного метода, разные игроки остановятся на разных уровнях итерационного наилучшего ответа. Если эта гипотеза верна, равновесие будет играть редко, и фактическое распределение игроков по стратегиям будет сконцентрированным вокруг чисел, приведенных в табл. 1 ( $n$  соответствует номеру типа игроков, упорядоченных по глубине стратегического мышления).

Прогнозы решения разных уровней итерационного наилучшего ответа  
при  $p = 2/3, 1/2$  и  $4/3$

	$p=2/3$	$p=1/2$	$p=4/3$
<b>n=0</b>	50	50	50
<b>n=1</b>	33	25	62.5
<b>n=2</b>	21.78	12.5	78.12
<b>n=3</b>	14.37	6.25	97.65
<b>n=4</b>	9.48	3.125	
<b>n=5</b>	6.26		
<b>n=6</b>	4.13		

Результаты эксперимента (рис. 2) показали, что ни один из 48 участников эксперимента не выбрал 0 в сессиях с  $p = 2/3$  и  $1/2$ , только 6% выбрали числа ниже 10. Доминируемые на нулевом раунде стратегии (числа больше 67 и 50 для  $p = 2/3$  и  $1/2$ ) выбирались достаточно редко – в 10 и 6% случаях соответственно. При этом 8% игроков выбрали 50 при  $p = 1/2$  и 6% выбрали 66 и 67 при  $p = 2/3$ . В сессии с  $p = 4/3$  только 10% выбрали числа 100, 99 и 1.

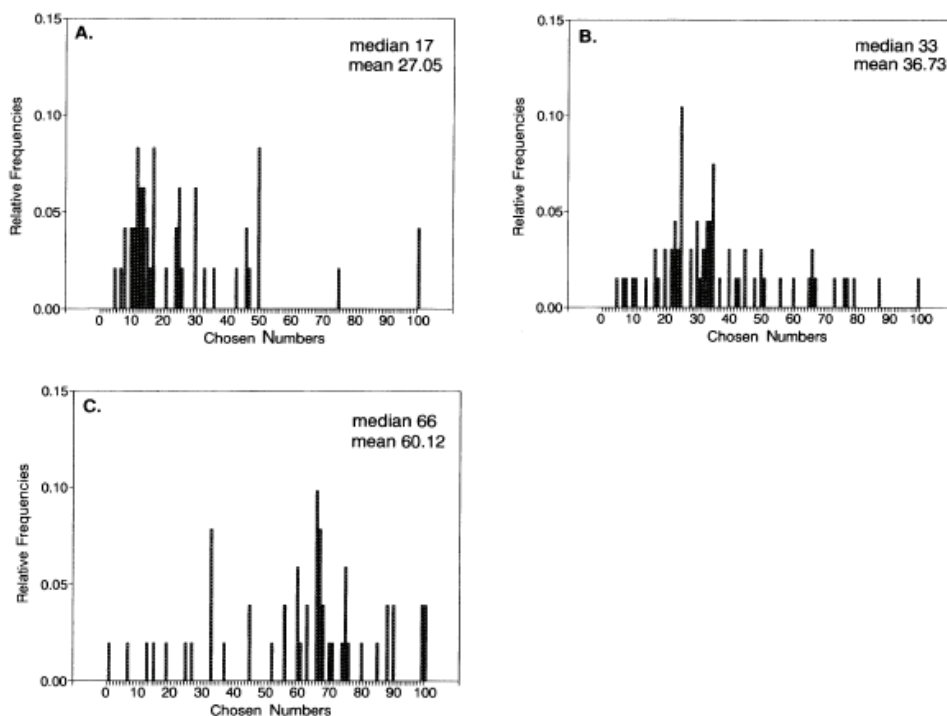


Рис. 2. Эмпирические плотности распределения выбранного числа в игре  $p$ -beauty для  $p = 1/2$  (A),  $2/3$  (B) и  $4/3$  (C). Источник: (Nagel, 1995)

После первого эксперимента, результаты которого были опубликованы Р. Нагель в 1995 г., игра р-beauty вызвала большой интерес у специалистов по поведенческой экономике. Эксперимент был многократно повторен с разным количеством и составом участников, разными параметрами игры и размерами выигрыша. Самые масштабные результаты представлены в работе Нагель, Боша-Деминеча, Саторра и Гарсия-Монтавло (Nagel et al, 1999). В статье авторы проанализировали результаты более 8500 участников игры. Выборка включала 1476 участников эксперимента в британской газете Financial Times (Thaler, 1997), 3696 участников эксперимента в испанской газете Expansion (Bosch-Domenech, Nagel, 1997), 2728 участников эксперимента в немецкой газете Spectrum (Selten, Nagel, 1998), а также 146 участников конференций по теории игр и поведенческой экономике, 350 студентов американских университетов и 150 участников эксперимента в Интернете. Во всех газетных экспериментах шансы победить были очень малы из-за большого количества участников, однако это компенсировалось очень большим выигрышем (600–800 долл. или 2 билета из Лондона в Нью-Йорк). Все остальные эксперименты проводились в небольших игровых группах, и выигрыш составлял около 20 долл.

Средние числа в газетных экспериментах трех стран составили 19, 25 и 22 для Великобритании, Испании и Германии соответственно. При этом U-тест Манна-Уитни не выявил статистически значимых отличий между распределениями, полученными в разных странах. В работе было также проанализировано около 800 комментариев, присланных участниками экспериментов. Интересным результатом оказался тот факт, что из 50 человек, которые описали весь итерационный процесс схождения к равновесию, 60% сделали последующую корректировку вверх и выбрали числа, близкие к 10. Кроме того, 20 участников самостоятельно провели аналогичный эксперимент среди друзей и родственников. Из них 50% выбрали числа между 12 и 17 – именно в этом интервале лежали выигрышные числа во всех трех экспериментах. В целом же в этот интервал попало лишь около 14% участников. Также экспериментаторами было выявлено несколько попыток образования коалиций и обмана (рассылок с просьбой участвовать в игре и назвать число 100), но такие попытки, благодаря очень большому количеству участников, не могли сильно исказить результаты. В целом эксперименты в газетах характеризовались неопределенностью относительно количества участников, отсутствием жестких лимитов по времени, неограниченными возможностями поиска информации, отсутствием всякой информации относительно статуса, знаний и прочих характеристик оппонентов. Отсутствие конкретной информации об участниках игры стимулирует рассуждения, исходящие из самых общих принципов стратегического мышления. Вероятно, этим вызвана такая высокая воспроизводимость результатов трех независимых экспериментов.

В табл. 2 была собрана описательная статистика результатов наиболее известных экспериментов по игре Beauty contest. В нее не вошли некоторые интересные эксперименты, так как в большом количестве статей приведены только конечные результаты эконометрического оценивания и гистограммы для эмпирических распределений. По аналогичной причине для некоторых экспериментов приведена медиана вместо среднего.

Описательная статистика экспериментов по игре Beauty contest

Участники	Источник	Общее количество участников	Размер игровой группы	Выигрышное число	Среднее	Медиана
Читатели Financial Times	Thaler 1997	1468	1468	2/3 от среднего	19	
Читатели Expansion	(Bosch-Domenech, Nagel, 1997)	3696	3696	2/3 от среднего	25.5	
Читатели Spectrum	(Selten, Nagel, 1998)	2729	2729	2/3 от среднего	22	
Лабораторный эксперимент	(Nagel et al, 1999)	86	15-18	2/3 от среднего		30
Студенты на занятии	(Nagel et al, 1999)	138	30-50	2/3 от среднего		27
Студенты, домашнее задание	(Nagel et al, 1999)	119	30-50	2/3 от среднего		22
Конференции по теории игр	(Nagel et al, 1999)	146	20-40	2/3 от среднего	19	9
Эксперимент в Интернете	(Nagel et al, 1999)	150	150	2/3 от среднего		24
Лабораторный эксперимент	(Nagel et al, 1999)	48	15-18	1/2 от среднего	27	17
Лабораторный эксперимент	(Nagel et al, 1999)	48	15-19	2/3 от среднего	36	33
Лабораторный эксперимент	(Teck-Hua et al, 1998)	277	3-7	0.7 от среднего	48	
Лабораторный эксперимент	(Teck-Hua et al, 1998)	277	3-7	0.9 от среднего	52	
Лабораторный эксперимент	(Duffy, Nagel, 1997)	175	13-16	1/2 от медианы	24	
Лабораторный эксперимент	(Duffy, Nagel, 1997)	175	13-16	1/2 от среднего	27	
Лабораторный эксперимент	(Duffy, Nagel, 1997)	175	13-16	1/2 от максимума	39	

Результаты экспериментов показывают, что выбор игроков далек от равновесия. Кроме того, повышенная концентрация выбранных чисел в определенных интервалах и комментарии самих участников экспериментов указывают на то, что причиной остановки на ранних итерационных шагах служит именно заниженное представление о рациональном поведении оппонентов. Так, игрок, считающий, что все противники выбирают случайные числа, сам остановится после одного шага итерационного доминирования. Как это ни удивительно, таких игроков во всех экспериментах оказывается достаточно много.

Итак, все доводы, приведенные выше, свидетельствуют в пользу того, что именно ослабление предпосылки об общем знании рациональности должно объяснить отклонение поведения людей в игре Beauty contest.

## 2. Контекстная зависимость исходов игры

Игра Beauty contest является одним из простейших тестов на стратегическое мышление, однако и в ней на исход игры влияет много внешних факторов, которые в разных комбинациях неизбежно будут возникать в экспериментах. Для предсказания поведения людей в этой игре необходим анализ контекстной зависимости ее исхода. С этой целью были обобщены основные исследования, в которых эксперименты позволили выявить влияние различных факторов среды на результаты. Краткое обобщение результатов приведено в табл. 3.

Таблица 3

Факторы контекстной зависимости в игре Beauty contest

Фактор	Работы	Влияние на исход в первом раунде	Влияние на скорость схождения к равновесию
Размер группы	(Teck-Hua et al, 1998)	Маленькие группы начинают с более близких к равновесию чисел	Большие группы быстрее достигают равновесия
Параметр длины итерационного шага $p$	(Nagel, 1995); (Teck-Hua et al, 1998) (Duffy, Nagel, 1997)	Чем больше модуль отклонения $p$ от 1, тем ближе среднее к равновесию	Чем больше модуль отклонения $p$ от 1, тем быстрее конвергенция к равновесию
Интервал $[L, H]$	(Morone, 2007)	Выбор интервала может смещать точку отсчета	---



<b>Способности решать задачи, требующие математических расчетов</b>	(Burnham et al, 2009); (Snuzenberg, 2011)	Игроки с высокими результатами теста на стратегическое мышление (CRT) выбирают более близкие к равновесию числа	Нет эффекта
<b>Расчет выигрышного числа от медианы, среднего или максимума</b>	(Duffy, Nagel, 1997)	Среднее максимально в игре с максимумов, минимально в игре с медианой	В игре с медианой самая быстрая конвергенция, в игре с максимумом конвергенции нет
<b>А. Снятие ограничений на размер группы, поиск информации, общение и время принятия решения; Б. Игра среди профессионалов</b>	(Nagel et al, 1999)	В обоих случаях среднее ближе к равновесию, чем в обычных экспериментах	---
<b>Зависимость размера выигрыша победителя от выбранного числа</b>	(Nagel, 1998)	---	Замедление конвергенции к равновесию
<b>Игроки разбиты на группы с разными значениями параметра <math>p</math></b>	Güth, 2001	Среднее дальше от равновесия, больше дисперсия	Медленная конвергенция
<b>Игроки имеют опыт игры в такой же игре, но с другими игроками и другим <math>p</math></b>	(Slonim, 2005)	Нет эффекта	Стратегии этих игроков быстрее сходятся к равновесным
<b>Игроки принимают решение не индивидуально, а группами</b>	(Kocher, Sutter, 2002)	Нет эффекта	Группы быстрее сходятся к равновесию

Некоторые виды контекстной зависимости представляют особый интерес. Далее они рассмотрены несколько более подробно.

#### 1. Расчет выигрыша от среднего/моды/медианы

Эффект рассмотрен в работе Даффи и Нагель (Duffy, Nagel, 1997). Такая модификация не влияет на равновесие, но меняет восприятие игры. Медиана меньше всего зависит от «крайних» значений. Угадывая медиану, игрок пытается предсказать наиболее типичное поведение оппонентов и не заботится об отклонениях в поведении. Среднее может быть искажено небольшим количеством «экстремальных» значений. При попытке угадать максимум от игроков требуется предсказание наиболее «отклоняющегося» поведения.

Эксперименты показали, что в постановках с медианой игроки очень быстро приходят к равновесию (в повторяющейся игре). В играх со средним динамиком игры та же, но процент высоких чисел несколько больше. В играх с максимумом сходение к равновесию практически отсутствует, процент высоких чисел большой.

Анализ данного проявления контекстной зависимости важен для приложения игры Beauty contest к явлениям в экономике. Применительно к описанию поведенческих аспектов на фондовых рынках, игра с медианой будет отражать состояние стабильности, когда игроки, в первую очередь, ориентируются на «фундаментальные показатели рынка» (в игре – параметр  $p$  и опыт прошлых игр). Игра с максимумом отражает обстановку, когда результаты действий наиболее подвержены спонтанным отклонениям в поведении других агентов. Кроме того, игра с максимумом применима к моделированию поведения в аукционах, игра с минимумом – к ценовой конкуренции по Бертрану. Спецификация с медианой может быть применима для моделирования ситуации с несовершенной информацией, в которой более значимым может оказаться попытка угадать поведение «среднего» оппонента.

## 2. Когнитивные способности игроков и эффект «репутации»

Типы в игре имеют содержательную интерпретацию – игроков ранжируют по глубине стратегического мышления. Это послужило стимулом для исследований, пытающихся измерить глубину стратегического мышления при помощи специальных тестов и методов нейропсихологии.

В работе Корицелли и Нагель (Coricelli, Nagel, 2008) описан эксперимент, в рамках которого при помощи функционального МРТ была исследована мозговая активность людей, играющих в игру  $p$ -beauty. Каждому участнику было предложено два варианта игры. В первом случае он выбирал одно число, а компьютер – случайным образом 9 остальных чисел. Во втором случае игрок взаимодействовал с 9 другими участниками эксперимента, т.е. сталкивался с необходимостью мыслить стратегически. Игроки нулевого уровня должны принимать одинаковые решения в игре с компьютером и с людьми. У игроков высокого уровня при игре с людьми должно включаться стратегическое мышление, и решение в этом случае должно отличаться. Исследователями было обнаружено, что повышение мозговой активности при переходе от игры с компьютером к игре с людьми в зоне срединной префронтальной коры (MPC), левой и правой дорзолатеральной префронтальной коры (IDPC, rDPC) оказалось значимым только для игроков с высоким уровнем. Таким образом, была выдвинута гипотеза о том, что именно эти области мозга отвечают за стратегическое мышление.

В работе Фридерика (Frederick, 2005) предложен тест CRT, который состоит из трех математических задач и, по утверждению автора, позволяет выявить, принимает ли индивид стратегические решения дедуктивно и логически, или же автоматически и эмоционально. В работе Монтира (Montier, 2010) была выявлена значимая положительная корреляция между результатами теста и чувствительностью игрока к резким отклонениям в поведении других игроков. В работе Бернхама (Burnham et al, 2009) описаны результаты эксперимента, которые показали, что результаты теста компании Assessio (аналог CRT) коррелируют с выбором в игре  $p$ -beauty – высоким результатам теста соответствовал более близкий к равновесию выбор.

В статье Шнутценберга (Snutzenberg, 2011) были повторены результаты из Бернхама (Burnham, 2009), но был получен и еще один важный результат – показатели теста оказались значимыми только в первом раунде из серии повторяющихся игр. Начиная играть, индивиды с высокими результатами теста выбирали значимо более низкие числа (равновесие в игре – 0), однако в последующих раундах никакой корреляции между количеством правильных ответов в тесте и выбранным числом выявить не удалось. Основным выводом работы – когнитивные способности значимы при столкновении с новыми ситуациями, при повторении преимущество от них снижается и ключевую роль начинает играть умение правильно учитывать опыт.

Способность решать стратегические задачи влияет лишь на то, насколько хорошо человек способен проанализировать правила и стратегии в игре. Осознав принцип итерационного исключения доминируемых стратегий и определив равновесие, игрок сталкивается с новой неопределенностью – ему надо сформировать представления о том, насколько далеко уйдут в рассуждениях его противники. В этом случае значимую роль начинает играть эффект «репутации»: любая общедоступная информация о составе участников (возраст, образование, опыт) могут быть восприняты как значимые факторы и оказать влияние на решения игроков высоких уровней стратегического мышления.

Эффект репутации в экспериментах по игре Beauty contest остается неизученным. В работе Нагель и др. (Nagel et al, 1999) показано, в частности, что среднее в игре среди специалистов по теории игр существенно ниже, чем среди студентов в лаборатории (16 против 36). Однако непонятно, связано ли это с фактором рациональности (специалисты по теории игр знают, каким должно быть равновесие) или знания рациональности (специалисты по теории игр знали, что их противники тоже знают равновесие и будут его выбирать). Большой интерес могло бы представлять исследование, в котором сравнивалось бы поведение специалистов в игре с другими специалистами и со студентами.

Практический интерес исследование этого эффекта мог бы представлять для анализа поведения различных групп инвесторов на фондовом рынке. Логично предположить, что наиболее серьезные игроки оценивают не только состояние рынка, но и всю доступную информацию о других игроках. В этом случае цена ценных бумаг должна отражать информацию и об участниках торгов.

### 3. Выигрыш в игре

В зависимости от целей исследования экспериментатор может менять принцип формирования выигрыша в игре. Наиболее изученной является постановка с фиксированным «бонусом»: игрок, чье число оказалось ближе всего к целевому, получает фиксированный выигрыш вне зависимости от выбранного числа. Если выигрышное число выбрано несколькими людьми, выигрыш делится между ними поровну. Этот принцип – «все или ничего» - играет важную роль. Мы получаем игру с постоянной суммой – «чистую» стратегическую игру, в которой исключаются мотивы альтруизма и неприятия неравенства. По сути, мы получаем чистое соревнование, в котором цель – победить. Таким образом, игра направлена на выявление стратегического мышления в чистом виде, без побочных факторов.

Интересная модификация этого принципа предложена в работе Нагель (Nagel, 1998). Здесь выигравший игрок получает не фиксированный бонус, а сумму, пропорциональную выигранному числу. В результате объяснение поведения становится более сложным (кроме чистого стремления победить могут возникать мотивы спекуляции и альтруизма). Автор

указывает на то, что «игра перестает быть игрой с постоянной суммой и становится игрой со смешанными мотивами» (с. 108). Нагель утверждает, что такая модификация позволила воспроизвести феномен, наблюдаемый на финансовых рынках: игроки безосновательно завышают цену, ожидая того же от других участников рынка. В работе проводится аналогия с экспериментом по образованию пузыря на рынке ценных бумаг из статьи Зундера (Sunder, 1995).

В заключении Нагель указывает, что этот феномен остается необъясненным в рамках моделей IBR. В последующей литературе такая модификация игры не тестировалась, хотя она представляется очень интересной и перспективной. Есть основания предполагать, что повышение ставок в такой модификации игры иллюстрирует выбор между риском и доходностью. Процедура итерационного наилучшего ответа двигает ставки вниз, к равновесию (характеризует отказ от рискованных стратегий – которые с большой вероятностью окажутся доминируемыми при столкновении с достаточно «умными» противниками). При этом отказ от рискованных стратегий означает добровольный и заведомый отказ от большого, хоть и маловероятного выигрыша. Анализ такой постановки игры мог бы быть интересен при приложении моделей для игры Beauty contest к анализу аукционов или поведения на фондовом рынке.

#### 4. Гетерогенность среди игроков

В работе Гута, Кохера и Зутгера (Güth et al, 2001) вводилась гетерогенность игроков: игроки знали, что для половины из них  $p = 1/3$ , а для второй половины –  $2/3$ . По мнению авторов, такая постановка игры должна лучше отражать принятие решений на финансовых рынках, где асимметрии среди игроков являются скорее правилом, нежели исключением. Результаты экспериментов показали, что при этих условиях выбранные числа дальше отстоят от равновесия и процесс конвергенции в повторяющейся игре более медленный, нежели в классической постановке игры. Такая постановка игры близка к аукционам с частной стоимостью (игроки по-разному оценивают стоимость лота).

Таким образом, анализ различных форм контекстной зависимости в игре Beauty contest, с одной стороны, позволяет приблизить достаточно абстрактную постановку игры к некоторым реальным экономическим явлениям. С другой стороны, прогноз простых моделей с неполным знанием рациональности легко может быть искажен небольшими изменениями условий эксперимента, что затрудняет практическое применение таких моделей.

### 3. Экономическое приложение модели игры «Конкурс красоты»

Как было показано выше, игра «Конкурс красоты» позволяет выявить некоторые общие модели поведения. Однако сама игра обладает следующими достаточно специфичными свойствами:

- равновесие Нэша может быть достигнуто путем итерационного исключения доминируемых стратегий<sup>40</sup>;
- стратегии упорядочены по итерационному доминированию<sup>41</sup>: при  $p < 1/80$  окажется доминируемой стратегией раньше, чем 50, 30 – раньше, чем 10 и т.д.

<sup>40</sup> Вариант игры без равновесия по доминированию в литературе обычно не рассматривается.

Лишь небольшое количество экономических задач близки по описанию к этой игре, тем не менее она находит приложение как минимум в двух областях – аукционах и моделях финансовых рынков. В табл. 4 приведены соответствующие работы.

Таблица 4

## Экономические приложения игры Beauty contest

Финансовые рынки	Аукционы
Механизм финансового кризиса (Kaizoji, 2000)	Аукционы с известной ценностью лота (Gneezy, 2002)
Оценка компании инвесторами и аналитиками (Elliott et al, 2010)	Аукционы с известной ценностью лота и сигналами (Wengstroem, 2006)
Повышенная волатильность на фондовом рынке (Monnin, 2004)	Аукционы с общей ценностью и совершенной информацией (Crawford, 2010)

В работах, посвященных анализу финансовых рынков, используется только основной принцип игры Beauty contest – зависимость стратегического решения от представлений о поведении других агентов. Этот принцип формализуется математически и включается в модели предметной области. Работы с анализом аукционов непосредственно используют модели с разбиением игроков на типы по уровням знания рациональности для объяснения результатов экспериментов.

В модели Кайзоцзы (Kaizoji, 2000) методами статистической физики моделируется японский кризис 1987–1992 гг. В работе вводится переменная «отношение к инвестированию», которая для каждого инвестора в каждом периоде принимает значение 1 (покупка) или –1 (продажа). Настроения инвесторов взаимосвязаны. Такая задача может быть формализована в виде нейронной сети с бинарными переменными (модель Хопфилда). Стационарные состояния для системы отношения игроков к инвестированию описываются аналитически методом «приближения среднего поля». В работе говорится, что формула для «среднего поля» – это не что иное, как математическая формализация принципа «конкурса красоты М. Кейнса» (с. 498).

Цель работы Монейна (Monnin, 2004) состоит в оценке влияния принципа игры «beauty contest» Кейнса и «представлений высших порядков» на волатильность цены активов на фондовом рынке. В работе говорится, что, хотя теория рациональных ожиданий ценообразования активов является основой для большинства современных моделей ценообразования, эта теория достаточно слабо подкреплена эмпирически. В частности, работы Шиллера<sup>42</sup> и Лероя<sup>43</sup> указывают на то, что волатильность цен на рынке слишком велика и не может быть объяснена моделями рациональных ожиданий. В работе вводится эффект «конкурса красоты Кейнса» – дополнительная волатильность, порождаемая реакцией

<sup>41</sup> Здесь не рассматривается достаточно редкий и не представляющий большого интереса случай с внутренними равновесиями ( $d > 0$ ).

<sup>42</sup> Shiller R. J. (2003). From efficient markets theory to behavioral finance. *Journal of Economic Perspectives*, 17(1), p. 83-104.

<sup>43</sup> LeRoy S. F. and Porter R. (1981). The present-value relation: tests based on implied variance bounds. *Econometrica*, 49(3), p. 555–574.

инвесторов на вариацию и шум в решениях других игроков. Модель с модифицированной формой ожиданий была оценена эмпирически на ежегодных данных American stocks о котировках, дивидендах и ставках процента за период 1871–2003 гг.

В работе Эллиота, Крише и Пичера (Elliot et al, 2009) впервые был проведен эксперимент, направленный на выявление того, как информация, предоставляемая компанией, влияет на мнения аналитиков об отклонении рыночной цены акций компании от внутренней стоимости. Участниками эксперимента были 67 аналитиков ценных бумаг со средним стажем работы 11 лет. Результаты эксперимента подкрепляют парадоксальное свойство финансовых рынков, на которое указывал В. Смит<sup>44</sup>: «В экспериментальных рынках рациональная теория лучше всего работает в условиях низкой прозрачности (нехватки информации) и хуже всего в условиях высокой прозрачности». Предсказание рациональной теории в данном случае заключается в равенстве рыночной стоимости акций их внутренней стоимости. Авторы находят решение этого парадокса в совместном влиянии инвесторской базы компании и прозрачности ее отчетности. Они подразделяют инвесторов компании на «неискушенных» (не могут грамотно анализировать состояние и стратегии компании в условиях низкой прозрачности) и «искушенных» (могут извлекать всю существенную информацию в условиях низкой прозрачности). Последние в свою очередь подразделяются на «сторонних» инвесторов (с краткосрочным горизонтом инвестирования) и «заинтересованных» инвесторов (с долгосрочным горизонтом). В работе утверждается, что основное влияние на рыночную цену акций оказывают сторонние искушенные инвесторы. В работе Эллиота и др. утверждается следующее: «Классическое приложение обратной индукции состоит в том, что «искушенные» инвесторы должны двигать цену акций к их внутренней стоимости, если они ожидают, что «неискушенные» инвесторы не могут понять политику фирмы. В нашем контексте это означает, что в условиях низкой прозрачности будет работать арбитраж. В условиях высокой прозрачности, напротив, беспорядочные колебания поведения «неискушенных» инвесторов порождает более высокую неопределенность и многообразие стратегий поведения». Результаты эксперимента показали, что аналитики оценили отклонение рыночной цены акций от внутренней стоимости максимально высоко для компаний с высокой прозрачностью и большим количеством «искушенных» сторонних инвесторов.

Все модели аукционов, приведенные в табл. 4, построены на основе модели ценовой конкуренции по Бертрану, идейно близкой к игре Beauty contest. Игровые контексты различались полнотой информации, которой обладали агенты.

В работе Гнизи (Gneezy, 2002) «ступенчатая модель рассуждений» (СМР) из игры Beauty contest была использована в моделях закрытых интернет-аукционов первой и второй цены. Закрытый аукцион первой цены состоял в одновременном выборе двумя игроками ставки из интервала  $\{1 \dots N\}$ . Тот, чья ставка оказалась наименьшей, получал долларовый эквивалент выбранному числу<sup>45</sup>. Если двое называли одинаковое число, выигрыш делился пополам. Эксперимент для закрытого аукциона второй цены отличался от первого лишь тем, что победитель получал денежный эквивалент ставки второго игрока.

<sup>44</sup> *Smith V.* (1991). Rational Choice: The Contrast Between Economics and Psychology. *Journal of Political Economy* 99: 877–897.

<sup>45</sup> Такой вариант аукциона был выбран, чтобы избежать проблемы резервированной цены (неизвестной ценности товара для участников аукциона). Данная форма аукциона соответствует продаже 100\$ тому игроку, который будет готов заплатить за него больше всего.

В равновесии игроки должны выбирать 1, независимо от типа аукциона. По СМР в аукционах первой цены игрок нулевого типа будет с равной вероятностью выбирать любое число из интервала  $\{1 \dots N\}$ . Игрок первого типа будет выбирать наилучший ответ на равномерное распределение –  $N/2$ , игрок второго типа считает, что все его противники – игроки первого типа, и будет выбирать  $(N/2-1)$  и т.д. В аукционе второй цены игроки нулевого типа также будут делать случайный выбор на всем допустимом интервале цен. Для всех остальных типов наилучшим ответом будет выбор 1. В модели предполагается, что доли игроков разных типов имеют распределение Пуассона с  $\tau = 3$ .

При оценивании результатов эксперимента возникло две проблемы:

- 1) модель дает слишком низкую оценку для количества нерационально высоких ставок ( $>N/2$ );
- 2) прогноз модели очень сильно зависит от  $N$ .

Обе проблемы были решены достаточно условно. Доля высоких ставок была поднята путем добавления необходимого процента альтруистов – игроков, которые называют заведомо проигрышные ставки, чтобы поднять выигрыш другим (рис. 3 слева; черная линия – прогноз стандартной модели, красная линия – модель с альтруизмом). Вторая проблема возникает из-за очень маленького итерационного шага. В игре  $p$ -beauty с  $p < 1$  повышение уровня знания рациональности на 1 позволяет сразу отбросить по итерационному доминированию большое число стратегий. Применение модели для этой игры в аукционах напрямую приводит к тому, что при  $N = 100$  игрок третьего уровня выберет ставку 48, и лишь игрок 50-го уровня выберет равновесную ставку, равную 1. Такой подход грубо искажает само содержательное определение типов. Эта проблема также в работе за счет нормирования ценового интервала: для  $N = 100$  ставки были объединены в группы по интервалам с шагом 10 (рис. 3, справа).

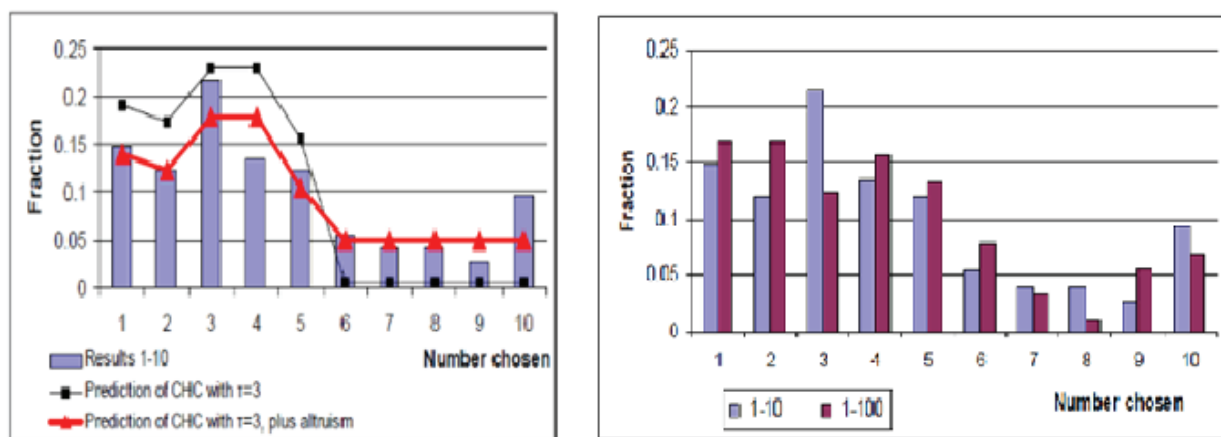


Рис. 3. Результаты эксперимента и прогноз модели Level-n с альтруизмом и без альтруизма для аукциона первой цены (слева). Результаты эксперимента для аукциона первой цены при различных диапазонах цен ([1 10] и [1 100]) (справа). Источник: (Gneezy, 2002)

В работе Венгстрема (Wengstroem, 2008) модель Level-n использована для объяснения влияния сигналов на исход торгов. В работе рассмотрена простая модель конкуренции по

Бертрану. Два игрока одновременно выбирают цену  $p$  из дискретного множества цен  $\{1 \dots 14\}$ . Игрок, чья цена оказывается ниже, получает весь рынок и выигрыш, равный этой цене. Второй игрок не получает ничего. Если цена одинакова, игроки делят рынок пополам и получают выигрыш  $p/2$ . Для того чтобы отделить эффект модели Level- $n$  от других эффектов, в модель Бертрана вводится дополнительное условие: игрок, чья цена оказалась ровно на 2 меньше цены конкурента, получает дополнительное денежное вознаграждение. Рассматриваются три спецификации игры:

- 1) отсутствие переговоров;
- 2) частная передача сигналов (игроки могут сообщить своему оппоненту в паре цену, которую они собираются назначить);
- 3) публичная передача сигналов (игроки из всех пар могут послать анонимные сигналы о своей предполагаемой цене, все сигналы объявляются публично<sup>46</sup>).

Согласно предпосылкам модели, в игре без сигналов игроки нулевого типа будут выбирать случайным образом на всем интервале  $\{1 \dots 14\}$ . Игроки первого уровня будут выбирать наилучший ответ на равномерное распределение – 7. Игроки второго типа – наилучший ответ на выбор первого типа, то есть 5, и т.д. В случае частной передачи сигналов игроки нулевого уровня будут посылать случайные сигналы и верить получаемым сигналам. Тогда игрок 1-го типа будет посылать максимально высокие сигналы и назначать цену на 2 единицы меньше своего сигнала. Все игроки более высоких типов также будут посылать максимальные сигналы и выбирать цену на 4, 6, 8 (и т.д.) единиц меньше своего сигнала<sup>47</sup>. В случае публичной передачи анонимных сигналов каждый игрок знает общее распределение сигналов, но не знает сигнал, посланный его оппонентом. Предполагается, что игроки нулевого типа посылают случайные сигналы и случайным образом выбирают цену из полученного распределения сигналов. Игроки первого типа будут выбирать наилучший ответ на предполагаемое распределение нулевого типа, и т.д.

После того, как все игроки выбрали цену, но до того, как узнали результаты, их просили описать свои представления о цене оппонента и свои представления о представлениях оппонента относительно их собственной цены.

Наиболее наглядно близость результатов эксперимента к прогнозу модели игры beauty contest проявилась в постановке с частной передачей сигналов. Были выявлены следующие факты:

- Игроки посылают достаточно высокие сигналы, близкие к их представлениям о цене оппонента.
- Большинство игроков выбирают цену, равную или на 2-4 единицы меньшую полученного сигнала (рис. 4).

<sup>46</sup> Постановка с анонимной и публичной передачей сигнала должна отделить эффект модели Level- $n$  от др. поведенческих эффектов – обещаний, кооперации, честности и др.

<sup>47</sup> Такая модель является грубым упрощением, так как предполагает динамическую согласованность представлений: игрок уровня  $n$  считает всех противников игроками уровня  $n - 1$ , независимо от получаемого сигнала. В противном случае модель очень сильно усложняется, так как игроки будут посылать самые разные сигналы, чтобы обмануть оппонентов относительно своего типа.



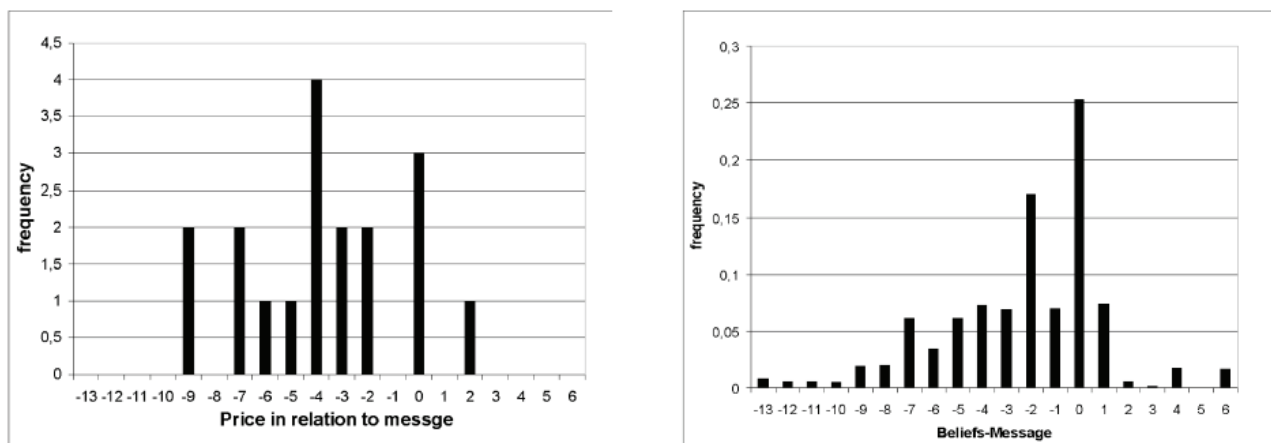


Рис. 4. Слева – гистограмма для разницы между сообщением, которое посылает индивид, и его ставкой. Справа – гистограмма для разницы между представлениями игрока о ставке оппонента и его собственной ставкой. Источник: (Wengstroem, 2008)

Наконец, в работе Кравфорда и Иберри (Crawford, Ibergi, 2007) было предложено применить модель Level- $n$  к аукционам с общей ценностью. Основная идея работы состоит в том, что ослабление предпосылки об общем знании рациональности позволяет объяснить эффект «проклятия победителя»<sup>48</sup>, очень часто встречающийся в аукционах.

Рассматривается игра с неполной информацией. В аукционах с общей ценностью ценность лота  $V$  одинакова для всех игроков, но неизвестна, и при этом каждый игрок  $i$  получает частный сигнал  $X_i$  относительно ценности лота, сигналы игроков могут пересекаться. Реальная ценность лота является некоторой функцией от всех сигналов. Модель в работе Кравфорда и Иберри включает два вида игроков L0 – «случайные» и «доверчивые». Соответственно, появляются две цепочки более высоких типов, начинающих отсчет от разных исходных предпосылок. Случайные L0 назначают все возможные ставки с равной вероятностью и не реагируют на полученный сигнал. Случайный L1 будет считать ставки противников неинформативными и, следовательно, будет максимизировать ожидаемый выигрыш, ориентируясь на свой сигнал и равномерное распределение ставок конкурентов. Случайный L2, напротив, будет считать, что ставки оппонентов положительно коррелированы с их сигналами, и будет корректировать свою оценку стоимости лота в соответствии с информацией, раскрываемой другими игроками. Доверчивый L0 будет делать ставку, полностью соответствующую своему сигналу. Доверчивый L1 будет выбирать наилучший ответ в предположении о том, что стратегия конкурентов является функцией, монотонной по сигналу. Доверчивый L2, соответственно, будет выбирать наилучший ответ на стратегии доверчивого L1. Более высокие типы в моделях не рассматриваются.

В работе утверждается, что такая модель с преобладанием типа «случайный L1» и небольшими долями «случайного L2», «доверчивых» L1 и L2 и типа, всегда играющего равновесие, объясняют экспериментальные данные лучше, чем существующие модели равновесия и «проклятого равновесия»<sup>49</sup>. В то же время необходимо учитывать, что такая

<sup>48</sup> «Проклятие победителя» заключается в том, что победитель аукциона платит цену, превышающую реальную ценность лота. Впервые было выявлено при анализе аукционов на нефть и описано в работе Capra, Clapp, Campbel (1971) «Competitive bidding in high risk situations».

<sup>49</sup> Cursed equilibrium, Eyster E., and M. Rabin (2002): Cursed Equilibrium. Working Paper E02-320, IBER, UC

модель очень сильно зависит от исходного определения нулевого типа. Добавление каждого нового принципа выбора на нулевом уровне будет добавлять новую цепочку типов, увеличивая в несколько раз количество параметров модели.

Обзор исследований, проведенный в данном разделе, показывает, что достаточно абстрактный контекст игры «Конкурс красоты», тем не менее, имеет конкретное экономическое приложение и может быть использован для объяснения ряда поведенческих аспектов на финансовых рынках и в ценовой конкуренции. Однако сложность реальных экономических условий и высокая контекстная зависимость результатов игры Beauty Contest являются серьезными факторами, ограничивающими прогнозную силу моделей с неполным общим знанием рациональности.

#### 4. Заключение

Экспериментальные исследования стратегического взаимодействия в игре «Конкурс красоты» на базе обширного эмпирического материала показывают достаточно стабильные результаты. Практическую ценность для дальнейшего применения модели игры представляют следующие выводы:

- Обычно игроки не делают больше трех шагов по итерационному доминированию, поведение большей части играющих согласуется с 1–2 типов в определении модели.
- На исход игры влияет целый набор факторов (в том числе состав и количество участников, размер и способ формирования выигрыша), которые не могут быть учтены в моделях напрямую. На что именно эти факторы оказывают косвенное влияние – на распределение игроков по типам или на точку отсчета в игре, – существующие исследования дать ответ не могут.

Анализ практического применения модели выявил сложности, с которыми неизбежно сталкивается исследователь при отказе от предпосылки об общем знании рациональности. Базовая модель для игры Beauty contest может объяснить некоторые поведенческие аспекты, наблюдаемые в финансовых рынках и аукционах, однако сама игра Beauty contest имеет ряд специфичных черт (табл. 5), которые затрудняют применение модели для этой игры напрямую в других, хотя и идейно близких, игровых контекстах.

Таблица 5

Особенности игры Beauty contest, затрудняющие применение моделей для этой игры в других контекстах

Особенность игры	Комментарии
Стратегии упорядочены	Упорядоченность бессодержательная, по номерам. Выбор середины отрезка за точку отсчета в игре обусловлен как раз тем, что все стратегии содержательно неразличимы
На каждом шагу итерационного исключения доминируемых стратегий отбрасывается много чисел	Модель сильно зависит от числа итераций. Если число стратегий велико и на каждом шаге отбрасывается одна стратегия (как в модели Бертрана), модель будет плохо объяснять игру

Нужно угадать среднее	Моделируются представления о «репрезентативном агенте»
Выигрыш фиксирован	В более общем случае представления могут быть коррелированы с выигрышем в игре
Игра с совершенной информацией	В играх с несовершенной информацией игроки, возможно, будут разбиваться на типы как по представлениям о рациональности, так и по представлениям о точке отсчета в игре

Проблема с большим количеством стратегий и маленьким итерационным шагом может быть решена путем нормирования интервала, на котором принимаются решения. Например, в контексте конкуренции по Бертрону допустимый ценовой интервал может быть разбит на отрезки, такие, что переход из одного ценового диапазона в другой будет чувствителен для покупателей. Все остальные проблемы так или иначе связаны с выбором точки отсчета в игре. Модель дает наиболее стабильные прогнозы в том случае, когда игроки имеют общие исходные представления о поведении «нулевого», нестратегического типа агентов. Это возможно в двух ситуациях:

1) отсутствие любой дополнительной информации, статистически репрезентативная выборка игроков (представления о случайном выборе нестратегических игроков);

2) наличие общеизвестной информации, стабильный состав участников (выбор результатов предыдущего раунда, цен актива в прошлом периоде или другой общедоступной информации за точку отсчета).

Если правила игры или состав участников постоянно меняются, игроки действуют в условиях неполноты информации, у части агентов есть инсайдерская информация (не известная аналитику, применяющему модель), прогнозы модели игры Beauty contest могут оказаться бессмысленными.

Итак, целью работы был анализ возможности получения надежных прогнозов поведения игроков из иерархических моделей с неполным общим знанием рациональности. Ответ, полученный на этот вопрос, является неоднозначным. Существующие модели могут достаточно стабильно предсказывать поведение игроков в простейшем игровом контексте – стандартной игре Beauty contest, однако усложнение правил игры, изменение условий среды или применение таких моделей в новых игровых контекстах может резко ухудшить качество прогноза. В то же время реальных альтернатив таким моделям в настоящий момент не существует, поэтому приоритетным направлением для дальнейшего исследования в данной области должно стать совершенствование моделей для игры Beauty contest таким образом, чтобы они могли лучше учитывать факторы контекста. Примером может быть модель, в которой точка отсчета будет зависеть от таких факторов, как размер выигрыша, количество игроков и/или количество стратегий.

Интерес для дальнейшего исследования в данной области представляет проведение игровых экспериментов, позволяющих сравнивать различные контексты игры, в том числе:

- сравнение поведения игроков в ситуациях, когда о противниках ничего неизвестно и когда игроку доступна информация о том, с кем он играет;

- сравнение поведения игроков в игре Beauty contest с фиксированным выигрышем, переменным выигрышем и в игре, воспроизводящей ценовую конкуренцию по Бертрану;
- сравнение поведения игроков в игре с равновесием по доминированию ( $p < 1$  на  $[0, 100]$ ) и в игре без доминируемых стратегий ( $p > 1$   $[0, 100]$ ).

Разные постановки игры в таких сравнительных экспериментах должны проводиться в рамках одной экспериментальной сессии с одним и тем же составом участников. В этом случае можно более точно выявить влияние на поведение людей того или иного фактора контекста. Практическая ценность таких исследований будет состоять в том, что они позволят более гибко адаптировать модели для достаточно абстрактной игры Beauty contest к описанию конкретных явлений в экономике.

## Список литературы

- Aumann R.* (1995): Backward induction and common knowledge of rationality // *Games and Economic Behavior* 8: 6-19.
- Aumann R.* (1976): Agreeing to disagree // *The Annals of Statistics*, 4(6): 1236–1239.
- Ben-Porath E.* (1997): Rationality, Nash equilibrium, and backwards induction in perfect information games // *Review of Economic Studies*, 64, 23–46.
- Biais B., Bossaerts P.* (1998): Asset Prices and Trading Volume in a Beauty Contest // *The Review of Economic Studies*, 65(2): 307–340.
- Binmore K. and Shaked A.* (2010): Experimental Economics: Where Next? // *Journal of Economic Behavior and Organization* 73: 87-100.
- Binmore K.* (1987): Modeling Rational Players, Part I // *Economics and Philosophy*, 3: 179–214.
- Bosch-Domenech A., Nagel R.* (1997): Guess the Number: Comparing the F's and Expansion's Results, *Financial Times*, section Mastering Finance 8, June 30, 14.
- Brandenburger A.* Epistemic Game Theory: Complete Information, *The New Palgrave Dictionary of Economics*, Eds. S.N. Durlauf and L.E. Blume, Palgrave Macmillan, 2008, URL: <http://pages.stern.nyu.edu/~abranden/egtc-05-13-07.pdf>
- Brocas I., Carrillo J., Castro M.* (2010): The nature of information and its effect on bidding behavior: laboratory evidence in a common value auction, Discussion paper (7848), Centre for Economic Policy Research
- Burnham T., Cesarini D., Johannesson M., Lichtenstein P. and Wallace B.* (2009): Higher Cognitive Ability is Associated with Lower Entries in a p-Beauty Contest // *Journal of Economic Behavior & Organization*, 72(1): 171-175.
- Camerer C., Teck H., Kuan C.* (2002) A Cognitive Hierarchy Theory of Oneshot Games: Some Preliminary Results, CalTech working paper, URL: <http://ideas.repec.org/p/cla/levrem/506439000000000495.html>

- Camerer C., Teck H., Kuan C. (2004): A cognitive hierarchy model of Games // Quarterly Journal of Economics 119: 861-898.*
- Carvalho D., Santos-Pintoy L. (2009): A Cognitive Hierarchy Model of Behavior in Endogenous Timing Games, working paper, Université de Lausanne, Faculté des HEC, URL: <http://econpapers.repec.org/paper/laucrdeep/10.06.htm>*
- Cooper D., Huyck V. (2001): Evidence on the Equivalence of the Strategic and Extensive Form Representation of Games, Texas A&M University Department of Economics, URL: <http://myweb.fsu.edu/djcooper/research/evidence.pdf>*
- Coricelli Nagel R. (2008) Neural correlates of depth of strategic reasoning in medial prefrontal cortex // Proceedings of the National Academy of Sciences USA, 106, 23: 9163-8.*
- Costa-Gomes M., Crawford V. (2006): Cognition and Behavior in Two-Person Guessing Games: An Experimental Study // American Economic Review, 96(5): 1737–1768.*
- Costa-Gomes M., Crawford V., Broseta B. (2001): Cognition and Behavior In Normal-form Games: An Experimental Study // Econometrica, 69: 1193-1235.*
- Crawford V., Iriberry N. (2007): Level-k Auctions: Can a Nonequilibrium Model of Strategic Thinking Explain the Winner's Curse and Overbidding in Private-Value Auctions? // Econometrica, 75(6): 1721–1770.*
- Duffy J., Nagel R. (1997): On the Robustness of Behaviour in Experimental 'Beauty Contest' Games // Economic Journal, 107(445): 1684 -1700.*
- Elliott W., Krische and M. Peecher. (2010): Expected Mispricing: The Joint Influence of Accounting Transparency and Investor Base // Journal of Accounting Research 48(2): 343-381.*
- Frederick S. Cognitive Reflection and Decision Making // Journal of Economic Perspectives, 19 (2005): 25-42.*
- Gneezy U. (2002): On the relation between guessing games and bidding in auctions, working paper, The University of Chicago Graduate School of Business, URL: <http://www.mendeley.com/research/relation-between-guessing-games-bidding-auctions/>*
- Harless D., Camerer C. (1995). An error rate analysis of experimental data testing Nash refinements // European Economic Review, 39( 3-4): 649-660.*
- Judith M., Starmer C., Sugden R. (1994): The nature of salience: an experimental investigation. // American Economic Review, 84: 658–673.*
- Kahneman D. Experimental Economics: A Psychological Perspective, in R. Tietz, W. Albers, and R. Selten (Eds.) Bounded Rational Behavior in Experimental Games and Markets, New York: Springer-Verlag, 1988, 11-18.*
- Kaizojia T. Speculative bubbles and crashes in stock markets: an interacting-agent model of speculative activity // Physica, 287: 493-506.*
- Kocher M. and Sutter M. (2005): The ‘Decision Maker’ Matters: Individual versus Group Behavior in Experimental ‘Beauty-Contest’ Games // The Economic Journal, 115 (500): 200–223.*
- Monnin P. (2004). Are stock markets really like beauty contests? Empirical evidence of higher order beliefs impact on asset prices, Working paper series / Institute for Empirical Research in*

Economics No. 202, University of Zurich,  
<http://ideas.repec.org/p/zur/iewwpx/202.html>

URL:

*Montier J.* The Little Book of Behavioral Investing, John Wiley & Sons, Ltd., 2010.

*Morone A., Morone P.* (2007): Guessing Games and People Behaviours: What Can we Learn?, MPRA Paper 9584, University Library of Munich, Germany, URL:  
<http://ideas.repec.org/p/bai/series/wp0015.html>

*Moulin H.* (1986): Game theory for the social sciences, New York: New York University Press, 1986.

*Nagel R., Bosch-Dominech A., Satorra A., Garcia-Montalvo J.* (1999): One, Two, (Three), Infinity: Newspaper and Lab Beauty-Contest Experiments, Univerisitat Pompeu Fabra, working paper 438, URL: [http://www.econ.upf.edu/~montalvo/wp/aer\\_final\\_pub.pdf](http://www.econ.upf.edu/~montalvo/wp/aer_final_pub.pdf)

*Nagel R.* (1995): Unraveling in Guessing Games: An Experimental Study // American Economic Review, 85: 1313-1326.

*Östling R., Wang J., Chou E., Camerer C.* (2010): Strategic thinking and learning in the field and lab: evidence from Poisson LUPU lottery games, SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance. 671.

*Selten R.* (1991) Anticipatory Learning in Two- Person Games, Game equilibrium models I. Berlin: Springer Verlag, 1991, 98–154, URL: <http://econpapers.repec.org/paper/bonbonsfb/93.htm>

*Selten R., Nagel R.* (1998): Das Zahlenwahlspiel-Hintergruende und Ergebnisse // In *Spektrum der Wissenschaft*, February: 16-22.

*Slonim R.* 2005: Competing Against Experienced and Inexperienced Players // Experimental Economics 8, pp. 55-75.

*Stahl D.* (1993): Evolution of Smart, Players // Games Economic Behavior, 5: 604–617

*Stahl D., Wilson P.* (1995): On Players' Models of Other Players: Theory and Experimental Evidence // Games and Economic Behavior, 10: 218-254.

*Stahl D., Wilson P.* (1994): Experimental Evidence on Players' Models of Other Players // Journal of Economic Behavior and Organization, 25(3): 309-27.

*Sunder S.* (1995), Experimental Asset Markets: A Survey in The Handbook of Experimental Economics, Princeton: Princeton University Press, 1995.

*Teck-Hua, Camerer C., Weigelt K.* (1998). Iterated Dominance and Iterated Best-Response in Experimental 'P-Beauty-contests // American Economic Review 88, 4: 947-969.

*Thaler R.* (1997): Giving Markets a Human Dimension, *Financial Times*, section Mastering Finance 6, June 16, 1997 URL: <http://ideas.repec.org/a/ecm/emetrp/v75y2007i6p1721-1770.html>

*Weibull J.* (2004): Testing game theory, Advances in Understanding Strategic Behaviour: Game Theory, Experiments, and Bounded Rationality: Essays in Honour of Werner Guth, Palgrave, URL: <http://ideas.repec.org/p/hhs/hastef/0382.html>

*Wengström E.* (2008) Setting the Anchor: Price Competition, Level-n Theory and Communication // Economics Bulletin, 3( 66): 1–15.

# GAME-THEORETIC MODELING OF ECONOMIC BEHAVIOR WITHOUT COMMON KNOWLEDGE OF RATIONALITY ASSUMPTION

**Sigalova Olga**  
*Master of economics*  
*Lomonosov Moscow State University,*  
*Economic department*  
*(Moscow, Russia)<sup>50</sup>*

## Abstract

*This paper analyses European and American empirical researches that reveal the violation of the common knowledge of rationality assumption in experiments. The goal of the article is to assess the possibility of predicting the behavior of economic agents using the hierarchical models that relax the common knowledge of rationality assumption. R. Nagel's Level-n model, introduced in the paper (Nagel, 1995) for the Beauty contest game, is taken as a basis. Section 1 generalizes the results of the Beauty contest game experiments. Section 2 explores context dependency of the game. Section 3 provides the review of the articles, in which Level-n model is used to predict economic behavior in auctions and on the financial markets.*

**Key words:** game theory, common knowledge of rationality, limited strategic thinking, Beauty contest game (p-beauty), Level-n models.

**JEL codes:** C72, C91, D03.

---

<sup>50</sup> Sigalova O. olga.sigalova88@gmail.com