

# Жизнь и творчество Ллойда Шепли

Тригер В.В.

## Введение

### Актуальность темы исследования

Экономический и финансовый кризис, затронувший недавно всю мировую экономику, а также долговой кризис в Европе заставил весь мир и экономическую теорию в частности содрогнуться. На экономистов посыпались бесконечные обвинения в упущении из виду вероятности мировой рецессии. Некоторые специалисты в то время пытались оправдаться тем, что экономические кризисы, с их слов, не могут быть предсказаны в принципе. Тогда же, чтобы доказать свою научную состоятельность, многие экономисты публиковали работы, что они в какой-то момент обращали внимание на возможность мирового кризиса, но на фоне всеобщей эйфории никто не придавал их словам значения. Соответственно, почти все исследования в области экономических наук кризисного времени посвящены макроэкономическим проблемам, которые беспокоят исследователей на данном этапе. Тем не менее именно в период кризиса особенно острыми для обычных людей становятся именно социальные проблемы, которые непосредственно относятся к их жизни: вопросы трудоустройства, медицинского обслуживания, образования. В то же время данная категория проблем относится к категории вечных: по словам С.М. Гуриева, кризисы приходят и уходят, но остаются текущие проблемы, которые актуальны всегда. Именно за разработку решений таких «вечных» проблем Ллойд Шепли и Элвину Роту и присуждена Нобелевская премия по экономике 2012 г.

Углубленное описание и анализ жизни и творчества Ллойда Шепли как одного из лауреатов этой почетной премии прошлого года имеет достаточно большое значение не только для западной, но и для российской экономической теории, поскольку в России проблемы, затронутые в его работах, являются наиболее актуальными. Рынки в нашей стране пока не настолько эффективны, чтобы самостоятельно решать проблемы населения. Это отражается в большой роли государства в экономической жизни страны. Но даже государство в России на настоящий момент не может элиминировать неэффективность, сложившуюся в нашей стране в сфере образования, здравоохранения, трудоустройства – всех тех сфер, непосредственно затронутых в работах последних лауреатов. Система распределения донорских органов в нашей стране неэффективна до сих пор; ЕГЭ, который мы переняли у, казалось бы, успешных западных стран приводит к падению уровня образования; проблемы трудоустройства молодых специалистов стоят

по-прежнему остро. Алгоритмы Гейла–Шепли и Шепли–Скарфа, использованные впоследствии Элвином Ротом для повышения эффективности рассматриваемых рынков, в настоящее время нашли практическое применение во многих странах и уже показывают свою эффективность. А, следовательно, для России, в которой не так глубоко проработана данная проблема, изучение творчества Л. Шепли становится особенно значимым.

### **Историография темы**

Об одном из последних нобелевских лауреатов по экономике Ллойде Шепли на настоящий момент имеется очень мало сведений: как о его жизни и биографии, так и о его творчестве. Несмотря на признание данного исследователя мировым ученым сообществом в качестве одного из столпов современной теории игр и кооперативных игр в частности, в отечественных и зарубежных источниках содержится сравнительно немного информации как о жизни великого математика и экономиста, так и о его творчестве. Возможно, это связано с некоей степенью замкнутости Ллойда Шепли, с одной стороны, и его почтенным возрастом, не позволяющим часто преподавать в университете и давать интервью прессе – с другой. К тому же, учитывая, что с момента получения Шепли Нобелевской премии прошло не так уж много времени, нехватка материала по теме вполне может быть объяснима.

В нашей стране творчество Шепли освещено преимущественно в газетных и журнальных заметках о непосредственном награждении нобелевских лауреатов. Среди них можно назвать статьи в Lenta.ru<sup>1</sup>, «Коммерсанте»<sup>2</sup>, «Эксперте»<sup>3</sup> и публикации в прочих популярных источниках. Академическая статья про творчество Л. Шепли, имеющее непосредственное отношение к его награждению, на данный момент в России только одна и опубликована она совсем недавно, в первом номере журнала «Вопросы экономики» за 2013 г., под названием «Теория и практика двусторонних рынков»<sup>4</sup>. В данной статье делается подробный разбор алгоритма Гейла–Шепли, Шепли–Скарфа и работ Рота, объясняющих возможности практического применения данных алгоритмов в экономике с приведением конкретных примеров и достаточной для научного изложения глубиной анализа. Тем не менее даже в данной статье Шепли рассматривается скорее как математик, чем как экономист, не отводя Шепли какого-либо места в рамках течений экономической теории. Но, несмотря на то, что Шепли всегда был и остается в первую

---

<sup>1</sup> См. Давай поженимся // <http://lenta.ru/articles> URL: <http://lenta.ru/articles/2012/10/15/nobel/> (дата обращения: 08.03.2013).

<sup>2</sup> См. Бутрин Д. Теория игр с практическим результатом // Коммерсант. – 2012. – 16.10.12. – Ст. 194 (4979).

<sup>3</sup> См. Трофимов Г. Руководство к выбору стабильного партнера // Эксперт. – 2012. – №42 (824).

<sup>4</sup> См. Железова Е., Измалков С., Сонин К., Хованская И. Теория и практика двусторонних рынков // Вопросы экономики. – 2013. – №1. – С. 4–26.

очередь математиком, в его работах содержатся и его экономические взгляды, завуалированные строгостью математических выкладок. Поэтому причисление Шепли к одному из направлений экономической теории также имеет первостепенное значение, к сожалению, так и не отраженное в публикации коллектива авторов из ВШЭ в «Вопросах экономики».

Прочие русскоязычные источники носят скорее публицистический характер для ознакомления неспециалистов в данной области с практикой награждения. Во многих из них также приведена сама концепция задачи о марьяже и возможностях ее практического применения, заложенных Э. Ротом, но не более. Кстати, многие работы Рота также посвящены творчеству Шепли и основаны на нем.

Что касается англоязычной литературы, то тут источников гораздо больше. При этом статей, подробно освещающих биографию Шепли как таковых, не имеется, зато эта информация очень интересно раскрыта в книге Сильвии Насар «Прекрасный ум»<sup>5</sup>. В данной книге одна из глав посвящена периоду студенчества и работы Шепли в Принстоне вместе со знаменитым Джоном Нэшем. Другие же периоды жизни Шепли в прочих источниках описаны достаточно слабо, и даже сам профессор Шепли не опубликовал на своей страничке на сайте Калифорнийского университета достаточно подробных сведений о своей жизни и творчестве, как это, например, сделал Э. Рот. Будем надеяться, что впоследствии эта работа все же будет проделана кем-то из биографов.

Что же касается творчества Л. Шепли, непосредственно связанного с Нобелевской премией, то иностранных источников в этой области достаточно: более того, подробные материалы опубликованы и на сайте Нобелевского комитета. Среди всех источников мне особенно хотелось бы выделить недавнюю работу Роберто Серрано *Lloyd Shapley's Matching and game theory*, в которой проводится описание многих работ Шепли, напрямую не связанных с его нобелевским награждением. Еще одним плюсом данной статьи является то, что хотя автор однозначно не говорит о принадлежности Шепли к какому-то направлению экономической теории, он делает явные намеки касательно этого вопроса. В данной статье показан вклад Шепли именно в экономическую науку, более широкий, чем непосредственно работы, относящиеся к Нобелевской премии.

Кроме непосредственных материалов, относящихся к творчеству Л. Шепли, мной также были изучены материалы российских и иностранных форумов, в том числе форума Калифорнийского университета, где были собраны отзывы о личности и о творчестве Ллойда Стауэлла. В какой-то степени данный материал кажется мне более информативным, чем многие отечественные и зарубежные источники, поскольку

---

<sup>5</sup> См. *Nasar S. A Beautiful Mind*. – New York: Simon&Schuster, 1998. – 459 P.

содержит информацию из уст настоящих и прошлых студентов, коллег, соавторов и друзей Шепли. Особенно полезным для работы оказался отзыв с сайта Калифорнийского университета, написанный М. Шубиком, близким другом, коллегой и соавтором Шепли еще со времен Принстона.

Тем не менее мной не было найдено ни одного ни отечественного, ни зарубежного источника, который достаточно подробно описывал бы как личность и биографию одного из нобелевских лауреатов-2012, так и его творчество. К тому же сложность отнесения Шепли к какому-либо руслу экономической теории, эта проблема также во многом осталась без внимания. Соответственно, поле для исследований в этой области, если не считать относительно недостаточную базу источников, довольно широко.

**Цель исследования** – посредством описания жизни, творческого пути Л. Шепли, а также его непосредственного вклада в экономическую науку попытаться определить его место в русле одного из направлений экономической теории.

**Научная новизна работы.** Данная работа представляет собой исследование как личности и биографии Ллойда Стауэлла Шепли, так и его творчества, напрямую относящегося к награждению Нобелевской премией. Ранее русскоязычные, да и зарубежные, работы содержали либо личные сведения о Шепли, либо краткое описание отдельных работ нобелевского лауреата-2013<sup>6</sup>.

Особенности личности Л. Шепли были изучены в результате обращения к не переведенной на русский язык работе С. Насар «Прекрасный ум», а также к материалам отечественных и зарубежных форумов. Кроме того, также исследована статья Роберто Серрано, наиболее полно описывающая творчество Ллойда Шепли.

Более того, в работе сделана попытка определить место Ллойда Шепли в мировой экономической мысли, причислив его к тому или иному направлению экономической теории. Несмотря на то, что Ллойд Шепли по образованию является математиком, его экономические взгляды в некоторой степени прослеживаются в его творчестве.

Таким образом, научная новизна исследования получена в результате:

- 1) комплексного исследования как прямо относящихся к награждению, так и связанных с ними работ Шепли, а также биографии и личности нобелевского лауреата-2012;
- 2) объяснения особенностей личности Л.Шепли путем обращения к отечественным и зарубежным форумам;

---

<sup>6</sup> См. Железова Е., Измалков С., Сонин К., Хованская И. Теория и практика двусторонних рынков // Вопросы экономики. – 2013. – №1. – С. 4 – 26; Serrano R. Lloyd Shapley's Matching and Game Theory // Scandinavian Journal of Economics. – 2012, December. – С. 1 – 34; Nasar S. A Beautiful Mind. – New York: Simon&Schuster, 1998. – 459 P.

- 3) знакомства российских читателей с англоязычными исследованиями личности и творчества Ллойда Шепли;
- 4) попытки определить место Шепли в рамках одного из течений экономической теории.

### **Источниковедческая база работы**

В работе использованы статьи зарубежных и отечественных научных журналов, заметки публицистического характера в интернет-изданиях, а также материалы форумов и художественной литературы.

## **Основная часть**

### **Глава 1. Биография и личность Ллойда Шепли**

Ллойд Стауэлл Шепли был рожден в 1923 г. в семье знаменитого астронома Харлоу Шепли, исследовавшего строение нашей Галактики, и Марты Бец в городе Кембридж, штата Массачусетс. Уже рождение в выдающейся семье, связанной с академической наукой, возможно, сильно повлияло на Ллойда Стауэлла.

Отец Ллойда – Харлоу Шепли – в молодости поначалу и не думал связать всю свою жизнь с научной работой, тем более в области астрономии. После окончания школы Харлоу некоторое время работал газетным репортером и намеревался поступать в Миссурийский университет штата Колумбия на факультет журналистики. Но добравшись до университета, Харлоу внезапно узнает, что отделение журналистики планируют открыть только через год. Взяв в руки список читавшихся на тот момент курсов, Харлоу натывается на астрономию и идет учиться по данному направлению, а затем продолжает обучение и в Принстонском университете. Как оказалось потом, случайное решение оказалось судьбоносным: в астрономии Харлоу добился необычайных успехов, исследовав строение переменных звезд, а также форму и размер нашей Галактики. Тем не менее отцу Ллойда так и не удалось добиться главной награды, которой был удостоен его сын. СМИ отмечают фразу, брошенную Ллойдом Шепли по поводу награждения: «Теперь я впереди отца. Он получил много других наград... но он никогда не удостоивался Нобелевской премии»<sup>7</sup>.

---

<sup>7</sup> См. Lloyd and Harlow Shapley, father and son, astronomer and mathematician, and the 2012 Nobel prize in Economics // <http://www.sydneyobservatory.com>. URL: <http://www.sydneyobservatory.com.au/2012/lloyd-and-harlow-shapley-father-and-son-astronomer-and-mathematician-and-the-2012-nobel-prize-in-economics/> (дата обращения: 08.03.2013).

Мать Ллойда, Марта Бец<sup>8</sup>, также принадлежала к академической среде. Марта окончила Университет Миссури и помогала своему мужу в его исследованиях, проходивших в обсерватории Маунт-Вильсон вблизи Пасадены, штат Калифорния, а также обсерватории Гарварда в городе Кембридж. Марта Бец также является автором многих статей по астрономии.

Помимо Ллойда Стауэлла в семье Шепли было еще четверо детей: три сына – Виллис, Алан, Карл и дочь Милдред.

К сожалению, про детство и юность Ллойда Стауэлла очень трудно что-либо сказать. Каких-либо сведений о его жизни в тот период в литературе пока не содержится. Необходимо заметить, что вообще биографических сведений о великом математике и экономисте в общедоступных источниках содержится очень немного. Вполне возможно, это связано с тем, что профессор Ллойд Шепли в настоящее время пребывает в почтенном возрасте 89 лет, принадлежа к самым старым лауреатам Нобелевской премии (самым старым был Л. Гурвич, получивший Нобелевскую премию в возрасте 90 лет). Недавно, а именно сразу же после получения Шепли Нобелевской премии, сыновья великого исследователя опубликовали на сайте Калифорнийского университета Лос-Анджелеса следующее заявление: «Мы в восхищении, что после десятилетий упорного труда и значительного неоднократного вклада в область теории игр наш отец, Ллойд Шепли, был удостоен Нобелевской премии в области экономических наук. Он чрезвычайно благодарен, что дело всей его жизни было оценено такой престижной наградой, и признателен за те многие поздравления, которые выразили его коллеги и друзья... Наш отец много лет посвятил преподаванию и исследованиям в Калифорнийском университете и вышел на пенсию более 10 лет назад. Сейчас ему 89, и он не будет давать дополнительных интервью. Мы просим всех уважать его личную жизнь»<sup>9</sup>.

Как мы видим из вышеприведенной цитаты, существуют объективные препятствия для поиска информации о личной жизни одного из последних нобелевских лауреатов. Тем не менее мы можем рассказать немного о его жизни, во многом благодаря выпущенной в 1998 г. книге Сильвии Насар о Джоне Нэше, по которой спустя некоторое время был снят известный фильм «Игры разума» с Расселом Кроу. Описанию жизни Ллойда Шепли в книге Насар отведена небольшая глава, в которой Шепли описывается глазами другого нобелевского лауреата, друга Шепли по Принстонскому университету, Джона Нэша.

---

<sup>8</sup> См. MARTHA BETZ SHAPLEY // <http://www.nytimes.com> URL: <http://www.nytimes.com/1981/01/27/obituaries/martha-betz-shapley.html> (дата обращения: 08.03.2013).

<sup>9</sup> См. Professor Lloyd Shapley wins the 2012 Nobel Prize in Economics // <http://www.econ.ucla.edu> URL: <http://www.econ.ucla.edu/news/shapley/> (дата обращения: 08.03.2013).

Будучи студентом Гарварда, в 1943 г. Ллойд Шепли<sup>10</sup> был призван в Военно-воздушные силы США, где и служил по 1945 г. Уже после первого года службы сержантом в китайской провинции Ченьду Ллойд Шепли получил «Бронзовую звезду» за взлом советского (по некоторым данным, японского) шифра, обеспечивающего обмен сводками о погодных условиях. После окончания войны Шепли вернулся в Гарвард и получил степень бакалавра гуманитарных наук в области математики в 1948 году. В 1948 – 1949 и 1954 – 1981 гг. Ллойд Шепли работал в американском центре «Исследования и разработки» (англ. RAND), занимающемся проблемами «общественного благополучия и национальной безопасности»<sup>11</sup>. Работая в этой корпорации, Шепли пытался применить теорию игр к прикладным военным разработкам. Можно сказать, что работа в RAND во многом повлияла на формирование научных интересов Ллойда. В 1949 г. спустя год работы в центре RAND в возрасте 26 лет Шепли поступил в Принстонский университет, который когда-то оканчивал и его отец. Учась и работая в Принстоне, Ллойд Шепли некоторое время был коллегой Джона Нэша, в связи с чем он упоминается в той самой книге Сильвии Насар под названием «Прекрасный ум». Ллойд Шепли стал одним из немногих людей, с которым Нэшу удалось завязать не только сопернические, но и дружеские отношения.

Только начав учебу в Принстоне, Шепли уже был признан фон Нейманном «ярчайшей молодой звездой в исследовании теории игр»<sup>12</sup>. Многие в университете восхищались его живым умом и изысканностью размышлений. Кроме того, Шепли был начитан и великолепно играл на фортепьяно, а его манеры говорили многое о происхождении и блестящих перспективах<sup>13</sup>. Более того, Шепли слыл перфекционистом высшей степени, что позже помешало ему опубликовать значительную часть своих работ. Становится абсолютно ясно, что по сравнению с большим асоциальным ребенком Нэшем Шепли выглядел самоуверенным и привлекал внимание как студентов, так и преподавателей. Но что касается внешности будущего нобелевского лауреата, то она не была такой же выдающейся, как и его блестящий ум. «Высокий, темноволосый и настолько худой, что его одежда свисала с него, как с пугала, Шепли напоминал... огромное насекомое»<sup>14</sup> или даже лошадь. Тем не менее его благородная манера поведения вкупе с долей самоиронии отводили его вспыльчивый нрав и склонность к самокритике на

---

<sup>10</sup> См. Printable Biography of Lloyd Shapley // <http://www.allamericanspeakers.com> URL: <http://www.allamericanspeakers.com/celebritytalentbios/Lloyd-Shapley> (дата обращения: 08.03.2013).

<sup>11</sup> См. Шепли, Ллойд // Википедия URL:

<http://ru.wikipedia.org/wiki/%D8%E5%EF%EB%E8,%CB%EB%EE%E9%E4> (дата обращения: 08.03.2013).

<sup>12</sup> См. Nasar S. A Beautiful Mind. - New York: Simon&Schuster, 1998. – P. 100.

<sup>13</sup> Там же.

<sup>14</sup> Там же.

второй план. Шепли, помимо всего прочего, стеснялся своего возраста, поскольку был немногими годами старше некоторых блестящих умов математического отделения Принстона.

Еще учась в Принстоне, по словам других студентов, Шепли постоянно либо работал, либо спал, постоянно путая день с ночью и занимаясь в неурочное время. Поскольку Ллойд любил сон почти так же, как и исследования в области теории игр, будить его стало вечной забавой друзей из университета, в том числе и его соседа по комнате Мартина Шубика, студента экономического отделения, также интересующегося теорией игр. Близкая дружба со многими выдающимися личностями, такими как Нэш или Шубик, также оказывала сильное воздействие на формирование Шепли как ученого и исследователя. Впоследствии он продолжит работу с Шубиком, в то время как через 50 лет после дружбы с Нэшем будет вообще отрицать факт их тесной дружбы. Нэш и Шепли, пытаясь быть друзьями, в результате стали соперниками, как это и случилось с большинством студентов Принстона. Несмотря на восхитительную диссертацию Нэша, авторитет и признание Принстона по-прежнему было на стороне Шепли. Тем не менее Шепли, в то время еще тесно общаясь с Джоном Нэшем, помогал ему с его диссертацией и обсуждал с ним его научные разработки, что во многом повлияло на дальнейшие научные интересы Ллойда Стауэлла.

Такер, будучи руководителем Шепли в Принстоне, называет его «лучшим молодым американским математиком, работающим в данной теме»<sup>15</sup>. Фредерик Боненбласт, наставник Шепли в RAND, отмечает, что Шепли зачастую «не хватало средств для развития теории и его идеи зависели от других»<sup>16</sup>, но в то же время отмечает, что считает его вторым только после создателя теории игр, фон Нейманна.

В 1953 г. Ллойд Шепли защищает свою диссертацию под названием «Аддитивные и неаддитивные функции множества» и выпускается, но остается еще на некоторое время работать в Принстоне перед тем как вернуться обратно в RAND (в 1954 г.). В RAND Шепли будет работать ещё 27 лет, до 1981 г. В 1955 г. Ллойд Шепли женится на Марианне Лудольф. В браке у него родилось двое сыновей: Питер и Кристофер.

В 1981 г. Шепли поступает на работу в Калифорнийский университет Лос-Анджелеса. Сегодня Ллойд Шепли является профессором эмеритус – такого звания пока еще нет в российских высших учебных заведениях. Этот статус означает, что профессор достаточно стар, чтобы вести курсы в полном объеме, но проводит некоторые

---

<sup>15</sup> Nasar S. A Beautiful Mind. – New York: Simon&Schuster, 1998. – P. 103.

<sup>16</sup> Там же.

межфакультетские занятия и по-прежнему является научным руководителем студентов-дипломников.

Ллойд Шепли с 1974 г. является членом Американской академии искусств и наук, с 1979 г. – Национальной академии наук США и с 2007 г. – Американской экономической ассоциации.

Наконец, на склоне своей карьеры, в 2012 г. Ллойд Шепли вместе с Э. Ротом получает самую ценную награду, которой может быть удостоен ученый: Нобелевскую премию по экономике за «теорию стабильного распределения и практику дизайна рынков»<sup>17</sup>. Причем работы Шепли и Рота посвящены рынкам, на которых нет цен. В то же время, насколько всем известно, в неоклассике механизм цен является основным инструментом распределения ресурсов.

В числе гостей Ллойда Шепли в Стокгольме были его сыновья, Питер и Кристофер с семьями, его сестра Милдред Метьюз и ее четверо детей. Возможно, именно таким образом, Нобелевский лауреат выразил признательность своей семье, которая поддерживала его на протяжении всей его научной деятельности.

Российский экономист Константин Гурджиев, бывший студент Ллойда Шепли, на своей страничке в твиттере выразил огромную радость, что заслуги его бывшего преподавателя наконец-то признаны мировым экономическим сообществом. Что касается личности самого профессора Шепли, то Гурджиев отзывается о нем как об «уникальном»<sup>18</sup> человеке, который заслужил Нобелевскую премию наравне с Нэшем и, наконец, добился ее. Гурджиев также вспоминает забавные моменты своей студенческой юности, связанные с Шепли, который на одном из занятий задал им домашнюю работу – на основе кооперативных и некооперативных равновесий найти его в кампусе Калифорнийского университета. «Он был известен тем, что никогда не появлялся в своем офисе в рабочее время»<sup>19</sup>, - пишет Гурджиев.

Другой студент профессора Шепли также пишет: «Шепли, уже известный на тот момент, был замечательным наставником для меня и многих других студентов, когда я только начинал учиться, более 40 лет назад. Кроме его блестящего ума и теплоты могу отметить также его великолепную игру в кригшпиль. Отличная новость!»<sup>20</sup> Заметим, что своей игрой в кригшпиль (игра, симулирующая стратегическую войну за передел

---

<sup>17</sup> Нобелевская премия по экономике 2012 г. досталась Элвину Роту и Ллойд Шепли // <http://www.nobeliat.ru> URL: <http://www.nobeliat.ru/new.php?id=64> (дата обращения: 08.03.2013).

<sup>18</sup> См. материалы форума Alvin Roth and Lloyd Shapley win the Nobel prize for economics - as it happened // <http://www.guardian.co.uk> URL: <http://www.guardian.co.uk/business/2012/oct/15/nobel-economics-prize> (дата обращения: 08.03.2012).

<sup>19</sup> Там же.

<sup>20</sup> Там же.

территорий, представляет собой одну из версий шахмат, в которой один игрок не может видеть фигур своих противников) Шепли славился еще в Принстонском университете. Это и понятно: кригшпиль – вполне понятное увлечение для бывшего участника войны со специализацией на теории игр. Примечательно, что Ллойд Шепли в 1950 г. придумал также и свою собственную игру под названием *So long sucker*, или, как ее часто переводят на русский язык, «Самый живучий паразит». Суть игры состоит в выявлении способности игроков договариваться между собой для достижения стратегических решений. Также очень показательная игра для Шепли, которые посвятил жизнь изучению кооперативных игр.

На сайте Калифорнийского университета содержится также еще множество поздравлений от студентов, друзей и коллег Шепли, в том числе среди всех выделяется сообщение Мартина Шубика, близкого приятеля и соавтора Шепли еще с Принстона.

Таким образом, можно отметить, что на становление Шепли как ученого во многом оказала влияние та академическая семья, в которой рос будущий Нобелевский лауреат, а также работа в корпорации RAND и учеба в одном из известнейших американских университетов, где ему посчастливилось общаться с будущими корифеями теории игр (Нэш, Шубик), а также с признанными на тот момент гуру (Фон Нейманн, А. Такер).

## Глава 2. Научные достижения Ллойда Шепли. Получение Нобелевской премии

### ***1.1. Алгоритм Гейла-Шепли: давай поженимся?*<sup>21</sup>**

*«Мор был задет. Одно дело не хотеть жениться на ком-то, и совсем другое — слышать, что выходить не хотят за тебя».*

*Терри Пратчетт. «Мор, ученик смерти».*

Всем известная первая теорема экономики благосостояния, один из столпов современной экономической науки, строится на утверждении, что в экономике без каких-либо механизмов перераспределения обеспечивается Парето-эффективность окончательного размещения ресурсов. Данная теорема подразумевает наличие механизма

---

<sup>21</sup> См. Железова Е., Измалков С., Сонин К., Хованская И. Теория и практика двусторонних рынков // Вопросы экономики. – 2013. – №1. – С. 4 – 26; Serrano R. Lloyd Shapley's Matching and Game Theory // Scandinavian Journal of Economics. – 2012, December. – С. 1 – 34; Нобелевский комитет ответил на вопрос: а чем эти экономисты занимаются, есть ли польза? // <http://slon.ru> URL: [http://slon.ru/economics/nobelevskiy\\_komitet\\_otvetil\\_na\\_vopros\\_a\\_chem\\_eti\\_ekonomisty\\_zanimayutsya\\_est\\_li\\_po\\_lza\\_-839727.html](http://slon.ru/economics/nobelevskiy_komitet_otvetil_na_vopros_a_chem_eti_ekonomisty_zanimayutsya_est_li_po_lza_-839727.html) (дата обращения: 08.03.2013); Суть Нобелевки: математики объяснили девушкам, когда говорить «нет» Джеймсу Бонду // <http://slon.ru> URL: [http://slon.ru/economics/kak\\_matematiki\\_obyasnili\\_devushkam\\_kogda\\_stoit\\_govorit\\_net\\_dzheymssu\\_bondu\\_-839885.html](http://slon.ru/economics/kak_matematiki_obyasnili_devushkam_kogda_stoit_govorit_net_dzheymssu_bondu_-839885.html) (дата обращения: 08.03.2013).

экзогенно заданных цен, при том что каждый экономический агент может торговать любым товаром. Но дело в том, что данная теорема, построенная в русле неоклассической науки, имеет весьма ограниченное применение, что было показано награждением в 2012 г. Ллойда Шепли и Элвина Рота. Существуют также и рынки, на которых механизма цен не существует, и в такой ситуации повышение их эффективности также может стать делом крайне важным. Работы Шепли и Рота в настоящее время применяются при изучении рынков, на которых деньги либо не могут быть применены, либо не имеют особого значения. В рамках теории игр профессора Шепли и Рот исследуют связи между агентами в рамках так называемых двусторонних рынков. Под двусторонними понимаются те рынки, на которых существует две категории экономических агентов (хотя зачастую таких агентов даже сложно назвать экономическими), и важным является именно обеспечение эффективной связи между ними.

Среди хрестоматийных примеров таких рынков, на которых возможно применение теоретических разработок Рота и Шепли, называют «брачный рынок», «рынок донорских органов», «рынок среднего и высшего образования» и т.д. Опять же заметим, что рынками такого рода взаимодействия назвать очень сложно, поскольку мы привыкли, что в экономической науке существует механизм цен и покупки-продажи, а в случае двусторонних рынков такого зачастую и нет. С каждой стороны в таких рынках может находиться неопределенное число участников: встречаются рынки как «один-на-один», так и «один-на-много» и «много-на-много». Скажем, брачный рынок является примером «один-на-один», рынок образования – «один-на-много», рынок поставок – «много-на-много». Но если в данном случае мы часто не можем обеспечить Парето-эффективность за счет механизма цен, то возникает вопрос о повышении эффективности таких рынков с помощью иных механизмов обеспечения устойчивого распределения. Именно этот вопрос привлек внимание Ллойда Шепли и Элвина Рота, лауреатов Нобелевской премии 2012 г.

Еще в 1962 г. Гейл и Шепли создали модель двусторонних рынков, а применительно к ней – задачу об устойчивости, которая впоследствии получила название «задача о марьяже». Решение данной задачи было также описано в их работе «Поступление в колледж и стабильность браков» в журнале *American Mathematical Monthly*.

Задача о марьяже<sup>22</sup> предусматривает существование двух типов агентов – мужчин и женщин. Женщины желают хорошо выйти замуж, а мужчины – удачно жениться. В то же

---

<sup>22</sup> См. Давай поженимся // <http://lenta.ru/articles> URL: <http://lenta.ru/articles/2012/10/15/nobel/> (дата обращения: 08.03.2013); Конец одиночества (Нобелевская премия по экономике 2012 г.) // <http://ecotrends.ru> URL: <http://ecotrends.ru/news/1491-2012-09-11-06-32-30> (дата обращения: 09.03.2013);

время существует некоторое множество людей, не желающих вступать в брак ни при каких условиях. Гейл и Шепли задались вопросом: имеет ли место в такой ситуации устойчивое распределение агентов, т.е. чтобы не существовало неженатой пары, желающей вступить в брак, или женатых, мечтающих о холостяцкой жизни. Если же такие люди существуют, как и любая неэффективность, это порождает немало проблем, в том числе и экономического и социального плана. Необходимы ли специальные институты, существующие на данный момент в обществе, для установления устойчивого равновесия на данном рынке, например, институт сватовства или брачных контрактов?

Устойчивые решения задачи о марьяже, по Гейлу–Шепли, существуют и могут быть выявлены с помощью особого алгоритма. Данный алгоритм в настоящее время широко применяется за рубежом для решения практических задач размещения. В нашей стране алгоритм Гейла–Шепли применяется, в частности, для распределения студентов по обязательным для посещения семинарам в Российской экономической школе.

Итак, в задаче Гейла–Шепли женщины ранжируют своих потенциальных партнеров в соответствии со своими предпочтениями, которые, по модели, являются строгими. Точно так же поступают и мужчины. Различные варианты распределения, таким образом, складываются из пар, в которые входит один мужчина и одна женщина, а также из одиноких или холостяков. При этом необходимо отметить, что в противовес теориям брачных рынков Гэри Беккера в данном случае не отрицается и эмоциональная компонента. Данная модель не призвана рассматривать браки по расчету или подобные вещи. Любовь, симпатия, взаимная выгода или расчет и многие другие условия, на которые опираются разные люди при вступлении в законный брак, – все это уже заложено в индивидуальную функцию полезности, и каждому фактору в ней придается свой вес. Фактически таким образом Ллойд Шепли рационализирует, казалось бы, нерационализируемое, а именно человеческие эмоции, не нарушая их природы. Таким образом, Шепли не подгоняет брак под материальные выгоды, экономику и т.д. Он просто с помощью математических методов описывает, как это происходит в реальной жизни людей. В этом его принципиальное отличие от нобелевского лауреата 1992 г. Г. Беккера, который считает вступление в брак способом «создания партнерской фирмы»<sup>23</sup>. В данном случае вполне заметна разница в образовании двух лауреатов: экономического – у Беккера и математического – у Шепли.

Итак, можно выделить следующие предпосылки модели Гейла–Шепли:

---

<sup>23</sup> *Капелюшников Р.И.* Экономический подход Гэри Беккера к человеческому поведению // "США: экономика, политика, идеология" – ноябрь, 1993.

1. Существует два непересекающихся множества, представляющих две группы агентов – мужчин и женщин.

2. В данных множествах мы можем выявить также пересекающиеся при определенных условиях подмножества: желающие создать семью и мечтающие остаться холостяками.

3. У каждого мужчины и каждой женщины имеется определенный набор предпочтений лиц противоположного пола, которых он/она хотели бы видеть в качестве своих партнеров. Причем все предпочтения являются строгими. Скажем, предпочтения мужчины  $m_1$  можно ранжировать так:

$P(m_1) = w_5, w_7, w_9, m_1, \dots, w_2$ . В данном случае  $P(m_1)$  выступает в качестве ординалистской функции полезности. Данная формулировка предпочтений означает, что мужчине  $m_1$  больше всего нравится женщина  $w_5$  и с ней он готов вступить в брак. Если по какой-то причине она ему откажет, он вполне может переключиться на женщину  $w_7$  и жениться на ней. Если же и с  $w_7$  него ничего не получится, он останется холостяком.

Размещение по парам обладает следующими характеристиками<sup>24</sup>:

1. Каждый экономический агент в итоге либо соединяет себя узами брака с лицом противоположного пола, либо остается холостым.

2. Существует взаимно-однозначное соответствие мужчин и женщин, состоящих в браке.

Окончательное распределение может быть названо неустойчивым в случае, если<sup>25</sup>:

1. Существует такая пара из мужчины и женщины, которая предпочитает изменить своим законным супругам друг с другом.

2. Существует мужчина либо женщина, которые без учета предпочтений партнера хотят изменить свое настоящее семейное положение, предписанное им в результате предшествующего распределения.

Таких экономических агентов или пары, нарушающие стабильность предшествующего распределения, принято называть блокирующими. Соответственно, распределение может быть признано устойчивым в случае отсутствия таких блокирующих агентов либо пар.

Гейл и Шепли в своей работе выдвигают предположение, что множество стабильных распределений в пары не пустое, и доказывают его с помощью алгоритма,

---

<sup>24</sup> См. Железова Е., Измаков С., Сонин К., Хованская И. Теория и практика двусторонних рынков // Вопросы экономики. – 2013. – №1. – С. 4–26.

<sup>25</sup> Там же.

который сейчас называют «алгоритмом Гейла–Шепли». Сам алгоритм может быть установлен с помощью следующих итераций<sup>26</sup>:

1. Вначале каждый мужчина делает предложение той женщине, которая является №1 в его ранжировании предпочтений. В случае если он предпочитает остаться холостяком, он выбывает из игры.

Каждая женщина рассматривает все предложения, поступившие ей от кандидатов в мужа, и ранжирует их с в соответствии с имеющимися у нее предпочтениями. Наиболее привлекательному для нее кандидату она отвечает «может быть», всем другим она отказывает. При этом счастливчик, который не получил отказ, в таком случае считается помолвленным с данной женщиной, а она, в свою очередь, помолвлена с ним. В случае если женщина хочет остаться одинокой, она отвергает всех кандидатов и также выбывает из игры. Женщины, которым не делают предложения, пока ожидают.

2. Затем каждый отвергнутый своей любимой мужчина предлагает руку и сердце следующей в его списке предпочтений кандидатке. На данной стадии каждая женщина сравнивает между собой прежний и новый варианты и отказывает тому, кто при этом сравнении проигрывает в ее глазах.

3. Соответственно, на каждой стадии мужчины, которым отказывают, делают предложения женщинам в соответствии со своим списком либо выбывают из игры в тот момент, когда предпочитают остаться холостяками.

4. В результате действие механизма останавливается, и алгоритм прекращает свою работу, когда помолвленные пары окончательно сформированы, а все остальные остаются пребывать в холостяцком состоянии.

Действительно, несложно заметить, что в конце должно образоваться устойчивое распределение. Блокирующих пар или экономических агентов не существует и это связано со следующими причинами.

Во-первых, если существует мужчина, связанный узами брака, но желающий остаться одиноким, то тогда, по алгоритму Гейла–Шепли, он не должен был делать предложения своей жене в соответствии со своими предпочтениями. Соответственно, если мы здесь рассматриваем традиционную неоклассическую предпосылку о неизменности предпочтений, то его желание изменить свое семейное положение в настоящий момент противоречит тем предпочтениям, которые он выразил в момент предложения руки и сердца. Точно так же и в случае с женщиной: если она не желала вступить в брак со своим мужем, она должна была ему отказать. Если же другой партнер любит ее больше своей текущей половинки, ранее он делал ей предложение, но был отвергнут. Создается явное

---

<sup>26</sup> Там же.

противоречие, что подтверждает эффективность окончательного распределения в соответствии с алгоритмом Гейла–Шепли.

### Пример 1.

В «Вопросах экономики» за текущий год<sup>27</sup> приводится упрощенная модель действия механизма Гейла–Шепли, без индивидов, желающих остаться холостыми. При наличии холостяков действие алгоритма и результаты будут аналогичными. Мы в данной работе сами зададим случайным образом распределение предпочтений в данной модели и проверим ее действие. Пусть существует следующая система предпочтений пяти мужчин, желающих выбрать себе пару из пяти женщин, которые также хотят вступить в брак с кем-то из заявленных кандидатов:

Евгений	Мария	Елена	Александра	Валерия	Анна
Александр	Александра	Анна	Мария	Елена	Валерия
Михаил	Анна	Валерия	Елена	Мария	Александра
Георгий	Мария	Елена	Валерия	Анна	Александра
Валентин	Александра	Анна	Мария	Елена	Валерия

Предпочтения девушек устроены следующим образом:

Мария	Валентин	Георгий	Евгений	Михаил	Александр
Елена	Евгений	Валентин	Александр	Георгий	Михаил
Александра	Георгий	Александр	Михаил	Валентин	Евгений
Анна	Валентин	Михаил	Евгений	Георгий	Александр
Валерия	Михаил	Александр	Георгий	Евгений	Валентин

1. На первом этапе по алгоритму Гейла–Шепли каждый мужчина делает предложение девушке №1 из своего списка. Соответственно, образуются помолвленные пары:

Мария – ~~Евгений~~, Георгий;

Елена – ожидает;

Александра – Александр, ~~Валентин~~;

Анна – Михаил;

Валерия – ожидает.

2. В данном раунде игры отвергнутые кавалеры (Евгений и Валентин) предлагают руку и сердце следующим в их списке кандидаткам:

Евгений – Елене;

Валентин – Анне;

Соответственно, распределение меняется:

<sup>27</sup> См. Железова Е., Измалков С., Сонин К., Хованская И. Теория и практика двусторонних рынков // Вопросы экономики. – 2013. – №1. – С. 4–26.

Мария – ~~Евгений~~, Георгий;  
 Елена – ~~ожидает~~; Евгений;  
 Александра – Александр, ~~Валентин~~;  
 Анна – ~~Михаил~~; Валентин;  
 Валерия – ожидает.

3. Третий раунд аналогичен двум предыдущим, выбор делает освободившийся Михаил в пользу Валерии, которая по иронии судьбы оставалась свободна:

Мария – ~~Евгений~~, Георгий;  
 Елена – ~~ожидает~~; Евгений;  
 Александра – Александр, ~~Валентин~~;  
 Анна – ~~Михаил~~; Валентин;  
 Валерия – ~~ожидает~~; Михаил.

Таким образом, в итоге мы имеем пять пар и среди них не существует тех, кто мог бы изменить своему партнеру с другим по вышеназванным причинам. Заметно, что итоговое распределение никоим образом не зависит от очередности поступления предложений или порядка отказа. В итоге окончательное распределение устойчиво и однозначно.

Тем не менее мы можем привести аналогичный алгоритм, в котором активной стороной, делающей предложение, являются именно женщины. Но являются ли распределения в данном случае одними и теми же? Если распределения в таком случае совпадают, то, по Гейлу и Шепли, такое решение является единственным устойчивым, как в нашем примере при проведении аналогичных итераций (достаточно легко проверить). Но если же такого совпадения не происходит, то устойчивые распределения частично сравнимы по критерию Парето-эффективности.

Рассмотрим пример, в котором сначала первый шаг делают мужчины, а затем женщины.

**Пример 2. Предпочтения мужчин:**

Андрей	Юля	Василиса	Ольга
Кирилл	Василиса	Ольга	Юля
Степан	Ольга	Юля	Василиса

Предпочтения женщин:

Василиса	Андрей	Кирилл	Степан
Ольга	Степан	Андрей	Кирилл
Юля	Кирилл	Андрей	Степан

**Если женщины делают первый ход:**

Кирилл – Юля;  
Степан – Ольга;  
Андрей – Василиса.

**Если первый ход за мужчинами:**

Кирилл – Василиса;  
Степан – Ольга;  
Андрей – Юля.

Степан находится в паре с Ольгой независимо от преимуществ первого хода. Отсюда следует, что их пара будет входить во все стабильные распределения.

Таким образом, видно, что если первый ход делают мужчины, то преимущество оказывается на их стороне и окончательное распределение более предпочтительно для них, чем для женщин. Распределение является более предпочтительным для мужского населения, если каждый мужчина в таком распределении находится в паре с той же или более привлекательной для него женщиной по сравнению с предыдущим вариантом. Соответственно, строгая предпочтительность элиминирует слово «той же» из предыдущего утверждения.

Необходимо также отметить, что экономические агенты могут также скрывать и манипулировать информацией, касающейся их предпочтений. Женщины очень часто ставят на первое место не того, кого они действительно предпочитают другим, а второго в очереди, что помогает им избегать чрезмерной конкуренции в случае, если №1 окажется чрезмерно популярным. В ситуации, при которой так начнут поступать большинство или все, алгоритм может и не выполняться, поскольку партнеры будут недооцениваться. Рот также указывает в своих работах на такую возможность использования информации в своих целях, но при этом в большинстве случаев все же более эффективно действовать честно, поскольку агенты в ином случае сами занижают свои предпочтения и снижают шансы на достижение лучшего для себя результата.

Аналогичные результаты можно получить в случае решения задачи «один-на-много» или, как ее принято называть, **задачи распределения студентов по университетам**. В данном случае модель отличается от аналогичной из задачи о марьяже тем, что у каждого университета есть определенная квота студентов, которых он может принять. Остальные предпосылки и условия устойчивости остаются теми же. Приведем случайный пример, аналогичный примеру авторов статьи из РЭШ<sup>28</sup>.

**Пример 3.**

---

<sup>28</sup> См. Железова Е., Измалков С., Сонин К., Хованская И. Теория и практика двусторонних рынков // Вопросы экономики. – 2013. – №1. – С. 4–26.

Предпочтения абитуриентов характеризуются следующей последовательностью:

Анна	МГУ	РЭА	РГГУ	МЭСИ	МГИМО
Пётр	МГИМО	МГУ	РЭА	РГГУ	МЭСИ
Мария	МЭСИ	РЭА	РГГУ	МГУ	МГИМО
Иван	МГИМО	РЭА	РГГУ	МГУ	МЭСИ
Владислав	МЭСИ	РГГУ	МГУ	РЭА	МГИМО

Предпочтения университетов и квоты:

МГУ (2)	Анна	Мария	Пётр	Владислав	Иван
МГИМО (1)	Иван	Мария	Владислав	Анна	Пётр
РЭА (4)	Пётр	Анна	Иван	Мария	Владислав
РГГУ (1)	Иван	Пётр	Мария	Владислав	Анна
МЭСИ (1)	Владислав	Иван	Анна	Пётр	Мария

Соответственно, далее поэтапно осуществляем алгоритм Гейла–Шепли при первом шаге со стороны студентов:

1. МГУ (2) – Анна;

МГИМО – ~~Пётр~~, Иван;

РЭА (4) – ожидает;

МЭСИ – ~~Мария~~; Владислав;

РГГУ – ожидает.

2. Выбор делают Мария и Пётр, которым ранее было отказано. В результате получается следующее распределение:

МГУ (2) – Анна; Пётр;

МГИМО – ~~Пётр~~, Иван;

РЭА (4) – ~~ожидает~~; Мария;

МЭСИ – ~~Мария~~; Владислав;

РГГУ – никто.

Таким образом, мы видим, что в МГУ поступают Мария и Пётр, в МГИМО – Иван, в РЭА – Мария, в МЭСИ – Владислав, а РГГУ остается без студента. Абсолютно очевидно, что алгоритм действий в данном случае абсолютно аналогичен задаче о марьяже с учетом квот. Существуют также модели «много-на-много», рассмотренные Ротом (модель распределения рабочих по фирмам, предпочтений университетов среди групп студентов), но они могли бы быть отражены в работах, посвященных Элвину Роту: мы же остановимся на Ллойде Шепли.

### ***1.2. Алгоритм главных циклов Шепли–Скарфа: квартирный вопрос<sup>29</sup>***

*«Люди, как люди. Любят деньги, но ведь это всегда было... Человечество любит деньги, из чего бы те ни были сделаны, из кожи ли, из бумаги ли, из бронзы или золота.»*

<sup>29</sup> См. Железова Е., Измаков С., Сонин К., Хованская И. Теория и практика двусторонних рынков // Вопросы экономики. – 2013. – №1. – С. 4–26; Serrano R. Lloyd Shapley's Matching and Game Theory // Scandinavian Journal of Economics. – 2012, December. – С. 1–34.

*Ну, легкомысленны... ну, что ж... обыкновенные люди... в общем, напоминают прежних... квартирный вопрос только испортил их...»*

*Михаил Булгаков, «Мастер и Маргарита».*

Еще одной работой Шепли, непосредственно связанной с его Нобелевской премией, является алгоритм главных циклов Шепли–Скарфа, предложенный в 1974 г. в статье *On Cores and Indivisibility* в *Journal of Mathematical Economics* в соавторстве с Гербертом Скарфом. В данном случае модель отличается от вышеупомянутых тем, что в данном случае только одна сторона имеет предпочтения и может принимать решения в соответствии с ними. В качестве второй стороны в случае алгоритма Шепли–Скарфа выступает неодушевленный предмет. Хрестоматийный пример такой модели – жильцы-квартиры. Соответственно, в данном случае рассматривается уже не двусторонний, а односторонний рынок.

Удивительно, но несмотря на то что такое взаимодействие объясняется гораздо проще, данная модель появилась позже алгоритма Гейла–Шепли. В такой задаче решается проблема перераспределения неодушевленных объектов среди группы людей. Соответственно, если рассматривать задачу в контексте «жильцы–квартиры», то существуют определенная группа жильцов и принадлежащие им или свободные квартиры. Какой-то части жильцов могут нравиться дома соседей больше собственных. Соответственно, все жильцы ранжируют свои предпочтения по поводу квартир. Такие предпочтения в данном случае являются строгими.

Предпосылки модели:

1. Каждая квартира либо свободна, либо является собственностью кого-либо из жильцов, причем существуют люди, которым не принадлежит ни одна из квартир (пусть это будут бомжи, обитающие на лестничных клетках).
2. Существует взаимно-однозначное соответствие между жильцами и принадлежащими им квартирами.

Стабильность итогового распределения в данном случае также определяется отсутствием группы людей, которые могут распределить квартиры между собой лучшим образом, при котором благосостояние хотя бы одного из них вырастет, а благосостояние других не снизится (Парето-эффективное распределение).

Шепли и Скарф предположили и доказали, что в данном случае существует лишь единственное распределение квартир, которое является устойчивым. Такое распределение находится посредством использования алгоритма главных циклов Шепли–Скарфа. При этом правдивое ранжирование своих предпочтений является доминирующей стратегией участников.

Итак, алгоритм главных циклов устроен по следующему принципу. На первом этапе каждый описывает свои предпочтения. Затем в соответствии с ними мы можем выявить наиболее предпочтительную квартиру для одного из участников и ее владельца. Далее то же самое проделываем для владельца этой квартиры и т.д. до образования среди владельцев квартир определенного цикла. Внутри данного цикла все участники получают желаемые квартиры. У каждого есть право заявить о своих предпочтениях как владеть, так и не владеть квартирой вообще.

Соответственно, при образовании данного цикла его участники совершают обмен и выпадают из алгоритма. Далее процедура повторяется для оставшихся в игре участников. Когда же все люди выбывают из анализа, алгоритм считается завершенным.

Результат, полученный в результате действия данного алгоритма, вполне можно назвать устойчивым. Если бы это было не так, существовал бы хотя бы один индивид, чье благосостояние можно увеличить. Если мы осуществляем эту опцию, то этот индивид забирает дом другого человека, который до него состоял в более главном цикле и выбыл из анализа. А тот, в свою очередь, также забирает дом кого-то из цикла выше и так до конца. В итоге найдется такой индивид, чье благосостояние невозможно будет увеличить в рамках нового перераспределения.

#### Пример 4.

Владельцы квартир А, В, С, D и E обладают следующими предпочтениями:

A	D	A	C	B	E
B	E	C	B	D	A
C	C	D	A	B	E
D	A	C	E	D	B
E	E	A	D	C	B

Начнем с владельца А. Он предпочитает квартиру D. В свою очередь, D предпочитает квартиру А. Таким образом, мы уже на этом этапе получаем цикл из двух участников D и А ( $D \leftrightarrow A$ ), которые просто обмениваются квартирами и выбывают из дальнейшего рассмотрения.

На втором этапе имеем следующую матрицу предпочтений:

B	E	C	B
C	C	B	E
E	E	C	B

Соответственно, B выбирает квартиру E, который все же предпочитает остаться в собственной. На этом шаге цепочка обрывается, и образуется цикл  $E \leftrightarrow E$ , обозначающий то, что E остается жить в своей квартире и выбывает из дальнейшего обмена.

Третий этап характеризуется следующим ранжированием предпочтений оставшимися игроками:

B	C	B
C	C	B

Отсюда видно, что  $B$  желает переехать в квартиру  $C$ , но тот предпочитает остаться в своей. Соответственно, образуется еще два цикла:  $B \leftrightarrow C$  и  $C \leftrightarrow B$ . На этом алгоритм прекращает свою работу, получив стабильное распределение.

Таким образом, мы понимаем, что разработки Шепли в соавторстве с другими величайшими умами его времени помогают повышать эффективность рынков, включая те, на которых нет или не может быть цен. В результате работы предложенных им алгоритмов мы получаем стабильное распределение, которое не всегда является наилучшим для каждого (что было показано в алгоритме Гейла–Шепли), тем не менее оставаясь Парето-эффективным.

Впоследствии работы Шепли в области повышения рыночной эффективности были развиты Э. Ротом, применившим алгоритм Гейла–Шепли к проблемам трудоустройства молодых врачей, поиска доноров органов, а также распределения студентов по курсам и образовательным учреждениям. Так, можно отметить, что Нобелевская премия, присужденная Л. Шепли и Э.Роту в области экономических наук, может по праву считаться их общей наградой. Без работ Рота исследования Шепли не нашли бы должного практического применения в экономике, а труды Шепли, в свою очередь, послужили теоретическим базисом для последующих разработок Рота в области дизайна рынков.

### ***1.3. Вклад Шепли в экономическую науку: прочие работы***

Помимо основных работ Шепли, за которые ему дали Нобелевскую премию, у него есть целый ряд смежных исследований в области кооперативных и некооперативных игр. Необходимо заметить, что до настоящего времени Нобелевская премия присуждалась исследователям в области некооперативных игр, в которых агенты не могут объединяться в союзы для получения определенного выигрыша и дальнейшего дележа в пределах группы. Поэтому сфера некооперативных игр является более изученной на данный момент. Шепли же не только ходил по проторенной тропе: он сделал огромный вклад в развитие и кооперативных игр, с помощью которых можно объяснить такие явления, как международные союзы, стратегические объединения фирм, военные объединения и т.д. В рамках теории кооперативных игр проводилась и основная нобелевская работа Шепли.

В данном разделе мы расскажем об основе теории кооперативных игр, заложенной Л. Шепли.

Во-первых, Л. Шепли и Д. Джиллису приписывают введение в анализ так называемого ядра как базы для получения решения в рамках кооперативных игр.

Кооперативные игры основаны на<sup>30</sup>:

1. Существовании определенного множества игроков.
2. Характеристическая функция, ставящая в соответствие варианты коалиций (подмножеств общего множества игроков) и размер выигрыша, который может получить каждая коалиция.

В рамках данного раздела теории игр можно привести пример, когда существуют три студента А, Б и В и у них есть конспекты по курсу лекций математического анализа, которых всего три. Каждый из студентов знает, что на экзамене преподаватель будет спрашивать все три лекции и в зависимости от ответа будет ставить либо 3 (в таком случае студент лишается стипендии в 2700 рублей), либо 5. Соответственно, студенты могут образовывать коалиции и обмениваться конспектами. Пусть у А есть лекции 1 и 2, у Б только 2, а у В – 1 и 3. В таком случае, если студенты образуют коалицию А – Б, то их выигрыш составит 0, т.к. стипендии они лишатся. В случае же образования коалиций А – В выигрыш коалиции составит 5400 руб., как и в случае коалиции Б – В. При образовании коалиции А – Б – В общий выигрыш составит 8100 руб. Величина характеристической функции может также являться отрицательной (в случае разделения убытков) и считается нулевой, если коалиция пуста, поскольку в таком случае никто не сможет заработать денег. При условии объединения множества непересекающихся коалиций их выгода не меньше, чем в случае отсутствия такого объединения. Соответственно, игрокам выгоднее создавать большие коалиции, но в рамках таких образований возникает вопрос о дележе выигрыша. Возможными вариантами решения этой проблемы служат ядро и вектор Шепли, который затем нашел свое применение и в алгоритме Гейла–Шепли и задачи о марьяже.

Ядро в кооперативных играх – это такое множество решений задачи дележа, которое удовлетворяет двум условиям:

1. Эффективности. Данное условие означает, что вся сумма выигрыша делится между участниками коалиции без остатка и каких-либо потерь.
2. Отсутствие тенденций к сепаратизму. Это условие, в свою очередь, говорит о том, что каждое подмножество коалиции, находясь в ней, должно

---

<sup>30</sup> См. Лекция 1. Ядро и вектор Шепли. Первое знакомство // <http://hsecoopgames.wordpress.com> URL: <http://hsecoopgames.wordpress.com/2010/04/22/%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F-1-%D1%8F%D0%B4%D1%80%D0%BE-%D0%B8-%D0%B2%D0%B5%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80-%D1%88%D0%B5%D0%BF%D0%BB%D0%B8-%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B2%D0%BE%D0%B5-%D0%B7%D0%BD%D0%B0/> (дата обращения: 09.03.2013).

«зарабатывать» сумму, не меньшую, чем та, которую оно бы получило вне данной коалиции.

Но в то же время проблема, возникающая в связи с использованием и нахождением ядра, заключается в том, что, во-первых, оно может быть пустым из-за чрезвычайно сильных тенденций к сепаратизму, а во-вторых, таких ядер может быть несколько. На данном замечании основана теорема Бондаревой-Шепли (1967), определяющая условия существования непустого ядра.

Вектор Шепли, который может считаться одним из столпов современной теории игр применительно к экономическим исследованиям, был выведен Шепли в его статье 1953 года «Вектор для игр из  $n$  участников». Он подразумевает следующую ситуацию.

Каждый игрок, присоединяясь к определенной коалиции, приносит ей какой-то определенный предельный выигрыш, зависящий от порядка образования данной коалиции. Тем не менее, коалиция может формироваться в случайном порядке, и вектор Шепли в таком случае представляет собой математическое ожидание вклада каждого участника. Вектор Шепли существует и единственен при любых условиях. Для определения вектора Шепли ученый выдвигает четыре аксиомы<sup>31</sup>:

1. Эффективность, уже упоминаемую нами ранее в связи с анализом ядра.
2. Анонимность. Данная аксиома состоит в независимости дележа от личностных характеристик (имени) каждого игрока. Если игроки являются совершенными субститутами для имеющейся характеристической функции, дележ в их пользу должен быть равнозначным.
3. Аддитивность. Величина дележа в пользу каждого из игроков, рассчитываемая исходя из характеристической функции, полученной в результате сложения двух функций, должна равняться сумме размеров выплаты, полученных исходя из каждой из этих функций.
4. Аксиома фиктивного игрока. В случае, если игрок не приносит никакого дохода коалиции, то он и не получает никаких выплат из общего дохода.

Соответственно, вектор Шепли, по определению, удовлетворяет всем вышеназванным аксиомам.

Конечно, теория ядра и вектор, предложенные и развитые Шепли, отражают математический вклад ученого в экономическую науку. В своих работах Шепли подтверждает еще тезис маржинализма, о том, что экономические агенты должны

---

<sup>31</sup> См. *Serrano R. Lloyd Shapley's Matching and Game Theory // Scandinavian Journal of Economics. – 2012, December. – С. 1–34.*

вознаграждаться в соответствии с их предельной продуктивностью. Но одним из недостатков такого принципа дележа можно назвать решение проблемы разделения денежной суммы без учета полезности денег для каждого из игроков, что является весьма существенным в данном вопросе.

Одним из примеров применения вектора Шепли является индекс влияния Шепли-Шубика<sup>32</sup> в их совместной статье 1954 г. под названием «Метод оценки распределения сил в системе комиссий». Данный индекс отражает влияние правил голосования на силу воздействия отдельных игроков. Индекс Шепли-Шубика затем был развит Шепли и Оуэном в их совместной работе 1989 г. «Оптимальное размещение кандидатов в идеологическом пространстве», описывающей индекс Шепли-Оуэна<sup>33</sup>, при котором «степень влияния каждого игрока зависит не только от правил голосования, но и от его расположения в политическом пространстве»<sup>34</sup>. Необходимо отметить, что на исследования Шепли в данной области, возможно, во многом оказало влияние сильное увлечение его отца, Харлоу, вопросами политики. Политические индексы, разработанные Шепли, имеют широкое практическое применение: индекс Банцаафа, напрямую связанный с индексом Шепли-Шубика, часто использовался при принятии официальных политических решений.

Стоит также среди всех прочих отметить работу Шепли с Р. Ауманном<sup>35</sup>, нобелевским лауреатом по экономике 2005 г., под названием «Значения для неатомических игр» (1974). В данной работе Ауманн и Шепли изучили так называемые атомические игры – игры с неограниченно большим числом участников, в которых один игрок не оказывает никакого влияния на конечный исход. Примером такой игры являются выборы, а также фирмы в условиях совершенной конкуренции, не оказывающие влияния на рыночные цены.

Таким образом, несмотря на то, что его работы в целом были сугубо математическими, Л.Шепли внес огромный вклад в развитие экономической науки в рамках междисциплинарных исследований. Премию 2012 г. за вклад в экономические науки могли вручить за заслуги по математике или даже по психологии. Тем не менее, Шепли разработал очень удачный метод именно для экономической науки, заполнив тем самым пустоты в неоклассической экономической теории, на сегодняшний день являющейся мейнстримом. В этом плане работы Шепли как нельзя лучше подходят для

---

<sup>32</sup> Там же.

<sup>33</sup> Там же.

<sup>34</sup> *Serrano R. Lloyd Shapley's Matching and Game Theory // Scandinavian Journal of Economics. – 2012, December. – С. 1–34.*

<sup>35</sup> Там же.

Нобелевской премии: вместе с творчеством Э. Рота они, с одной стороны, открыли новое направление исследований (названное экономическим инжинирингом), а с другой, выработали метод (в большей степени, это заслуга Шепли) для экономических исследований на рынках без цен. Заметим, что по статистике, Нобелевские премии по экономике в большинстве случаев выдаются именно за метод, что позволяет далее развивать экономическую теорию, на данный момент переживающую не лучшие времена в связи с последним мировым кризисом.

Экономический кризис, разразившийся в 2008 г., оказал сильнейшее воздействие на мировую экономическую мысль. Королева Великобритании еще в 2008 г. обращалась к аналитикам Лондонской школы экономики с вопросом, почему эксперты не смогли предсказать возможность кризиса. Проблема кризиса в последнее время стала одной из самых обсуждаемых в мировом экономическом сообществе. Неудивительно, что основным претендентом на Нобелевскую премию-2012 считался Роберт Шиллер из Йеля, который получил всеобщее признание своим предсказанием 2005 г. касательно краха рынка недвижимости в США, повлекшего за собой экономический кризис во всем мире. Тем не менее, премия прошлого года, к всеобщему удивлению, досталась не экспертам в области макроэкономики. Нобеля-2012 получили «серые кардиналы» – специалисты теории игр и дизайна рынков<sup>36</sup>. На вопрос об экономическом кризисе и долговой рецессии в Европе Э. Рот отвечать журналистам отказался. «Это не та экономика, которой занимаюсь я»<sup>37</sup>, – заявил ученый прессе. Вероятно, того же мнения придерживается и его коллега Шепли. Действительно, работы Шепли и Рота не относятся к макроэкономике, вопросам кризиса, спадов и т.д.

Тем не менее, можно отметить, что именно во время кризиса социальные проблемы, которые решали Шепли и Рот в своих работах, выходят на первый план. Труды Шепли и Рота способствуют повышению эффективности таких сфер, как образование, медицина и трудоустройство, отражая практическую значимость экономической науки для жизни конкретных людей. Награждение этого года еще раз подтверждает, что экономические кризисы, как заявил Гуриев<sup>38</sup>, – события преходящие, а премии достойны вечные ценности.

---

<sup>36</sup> См. Нобелевские лауреаты-2012 // <http://www.opec.ru> URL: <http://www.opec.ru/1432260.html> (дата обращения: 08.03.2013).

<sup>37</sup> Нобелевскую премию по экономике получили американцы // <http://www.epravda.com.ua> URL: <http://www.epravda.com.ua/rus/publications/2012/10/17/339888/> (дата обращения: 09.03.2013).

<sup>38</sup> Нобелевскую премию по экономике дали за "вечные ценности" // <http://www.lprime.ru> URL: <http://www.lprime.ru/Politics/20121015/757650657.html> (дата обращения: 09.03.2013).

#### ***1.4. Ллойд Шепли: экономист или только математик?***

Несмотря на награду за вклад в экономическую науку, Ллойда Шепли вполне можно назвать математиком в значительно большей степени, чем экономистом, и он сам подтверждает этот факт. «Я считаю себя математиком, а награду мне присудили за достижения в экономике, – говорит Шепли. – Я никогда, никогда в своей жизни не посещал ни одного курса по экономике»<sup>39</sup>. Об экономических взглядах Ллойда Шепли судить очень сложно, во-первых, потому что он уже достаточно стар для публичных интервью, а во-вторых, вероятно, ему и вправду сложно судить об экономических проблемах современности ввиду ограниченности его компетенции в этой сфере. Но, несмотря на тот факт, что работы Шепли касаются математического приложения теории игр, они также нашли свое применение и в экономической теории. Как было уже упомянуто ранее, Нобелевская премия 2012 г. явилась ярким примером совместного проникновения экономических и математических методов в социальную сферу, что может стать одним из проявлений экономического империализма в трудах Шепли и Рота. Но в то же время, как уже было отмечено ранее, имеется существенное отличие трудов Шепли и основоположника данного направления Гэри Беккера, поскольку Шепли, как математик, рассматривает институты не с точки зрения экономической выгоды, а с точки зрения обыденной жизни, что приближает его теории к реальности. Шепли с помощью имеющегося в его распоряжении математического инструментария изучил сначала экономическую сферу, а затем и социальные институты, такие, как институт семьи и брака, институт высшего и среднего образования. Тем не менее, мы не можем сказать, что Ллойда Шепли можно определенно отнести к институционалистам. Как можно судить из его работ, в них институты не имеют значения с точки зрения окончательного размещения ресурсов. К примеру, в задаче о марьяже нам не нужны институты сватовства, брачных контрактов и т.д. для сведения игроков вместе. Устойчивое состояние достигается естественным путем. Хотя в принципе довольно сложно сказать об однозначной принадлежности Шепли к какому-то определенному направлению экономической теории ввиду ограниченности его экономических взглядов, о которых мы можем судить лишь только из его математических выкладок, Ллойд Стауэлл в некоторой степени близок к неоклассическому направлению экономической науки. Такой вывод можно сделать на основе следующих фактов.

---

<sup>39</sup> Practical game theory proves the perfect match for Nobel prize winners // <http://www.theglobeandmail.com> URL: <http://www.theglobeandmail.com/report-on-business/economy/economy-lab/practical-game-theory-proves-the-perfect-match-for-nobel-prize-winners/article4614185/> (дата обращения: 09.03.2013).

Во-первых, в трудах Шепли достижение устойчивого результата происходит исключительно за счет рынка, если систему без механизма цен как регулятора вообще можно назвать рынком.

Во-вторых, доминирование математического моделирования как метода исследования также приближает Шепли к неоклассическому направлению экономической науки.

В-третьих, как ни посмотри, человек у Шепли в задаче о марьяже рационален в том, что он действует согласно чувствам, выгоде или каким-либо другим мотивам, заложенным в ординалистской функции полезности.

Принадлежность работ Шепли к руслу неоклассической экономической теории подтверждают и свойства предпочтений экономических агентов, отраженные в задаче о марьяже, и принцип вознаграждения экономических агентов в соответствии с их предельной производительностью. Неоклассическая парадигма косвенно пронизывает труды Шепли, если не учитывать отсутствие на многих исследуемых рынках механизма цен, которые у неоклассиков считаются одним из основных рыночных регуляторов. Но в этом и состоит специфика таких рынков, так что отсутствие в них цен нельзя отождествлять с отсутствием рынка в принципе.

Из всего вышесказанного можно заключить, что, хотя Шепли никогда открыто не высказывал свои экономические воззрения и даже сам не признает своих заслуг в этой области, действует он, скорее всего, близко к рамкам неоклассического направления.

Таким образом, в данной главе мы выделили основные работы Шепли: как те, за которые он непосредственно был удостоен Нобелевской премии, так и связанные с ними. Как мы уже убедились, алгоритм Гейла-Шепли и Шепли-Скарфа, а также другие разработки Ллойда Шепли имеют достаточно широкое применение в реальной жизни, что было доказано в трудах Э.Рота. Также мы выяснили, что, несмотря на отсутствие явно выраженных экономических взглядов у математика Ллойда Шепли, его работы можно с некоей долей уверенности назвать близкими к неоклассическому направлению экономической мысли, хотя у него отсутствует механизм цен, являющийся основным регулятором в русле неоклассики.

## Заключение

Итак, в результате нашего исследования мы рассмотрели биографию Ллойда Стауэлла Шепли, его жизненный путь, особенности личности, повлиявшие на его творчество. Мы выяснили, что становление Шепли как ученого во многом обусловлено влиянием академической среды, общения с величайшими умами его времени, а также работой в известной в научных кругах корпорации RAND.

Далее мы разобрали основные работы Шепли, за которые ему непосредственно вручили Нобелевскую премию и связанные с ними научные труды. Алгоритм Гейла–Шепли, Шепли–Скарфа, а также их модификации показали огромный потенциал для практического применения в русле решения социальных проблем современности и вопросов повышения эффективности рынков. Доказательства возможности этого применения нашли свое отражение в работах Элвина Рота, без которого награждения Шепли Нобелевской премией могло и не состояться. Заслуга Э. Рота в данном аспекте также велика: именно он подробно разобрал большинство работ Л. Шепли, используя их в своих исследованиях повышения рыночной эффективности, формирующих в настоящее время основу нового направления дизайна рынков. Более того, разработки, основанные на моделях Шепли, нашедшие практическое приложение в работах Рота, в настоящее время довольно успешно применяются в некоторых странах, в том числе и в России.

Кроме того, в работе нами были разобраны прочие работы Шепли, связанные с идеями, изложенными в его «Нобелевских» трудах, и также отражающие вклад Л.Шепли в экономическую науку. Среди них нами были выделены «Вектор для игр из  $n$  участников» (1953), «Метод оценки распределения сил в системе комиссий» (1954) совместно с М. Шубиком, «Оптимальное размещение кандидатов в идеологическом пространстве» (1989) совместно с Дж. Оуэном, «Значения для неатомических игр» (1974) совместно с Р. Ауманном. Данные исследования Л. Шепли, хотя и представленные в сугубо математической форме, имеет глубокий междисциплинарный характер и находят широкое применение в экономической теории, а также в практике повышения рыночной эффективности.

Что же касается проблем экономического кризиса, то мы заключили, что данный пучок вопросов никак не затрагивается сугубо микроэкономическими исследованиями Л. Шепли и Э. Рота. Данный факт был подтвержден и самим Э.Ротом, с которым, вполне, вероятно, солидарен и Л. Шепли. Работы нобелевских лауреатов-2012 направлены на «вечные ценности» – проблемы, актуальные в любое время, независимо от рыночной конъюнктуры и макроэкономической ситуации. Именно этот фактор предположительно повлиял на выбор Нобелевского комитета, отдавшего предпочтение исследованиям Л.Шепли и Э. Рота, а не одного из основных претендентов на победу – Р. Шиллера из Йельского университета.

В то же время, несмотря на эффективность с точки зрения практической применимости, доказанное в работах Э. Рота, труды Л. Шепли во многом опираются на неоклассическую экономическую науку, что может рассматриваться как в качестве

положительного, так и отрицательного аспекта. С одной стороны, снятие трактуемых современными исследователями как неправдоподобных поведенческих предпосылок неоклассической модели, в рамках которых действует Шепли, может полностью изменить ход решения задачи о марьяже и сделать ее бессмысленной. Скажем, предпосылка о неизменности предпочтений экономических агентов – тот столп, на котором построена вся задача о марьяже. Но в реальной же ситуации большинство бракоразводных процессов связаны именно с изменением предпочтений индивидов после заключения брака. Поэтому использование брачного рынка как обобщенной схемы может представляться слегка наигранным. С другой стороны, неоклассическое моделирование может в такой ситуации стать одним из наиболее эффективных методов решения проблемы, поскольку иначе всю задачу можно свести к сфере действия психологии, где может не хватить места для применения экономических методов.

Тем не менее, Ллойд Шепли в полной мере так и не признал своих достижений в экономической сфере. С одной стороны, можно сказать, что Ллойд Шепли – истинный математик и говорить о его вкладе в экономику было бы не совсем корректно. Но, тем не менее, в ситуации, когда роль тренда играет неоклассическая экономическая наука с ее засильем математических методов в научных исследованиях, Шепли действует как раз близко к руслу мейнстрима. И, несмотря на то, что ни Рот, ни Шепли не сделали никакого вклада в решение проблем мирового кризиса, над которыми в настоящий момент бьются исследователи всего мира, их работы показывают, что экономическая наука, для некоторых людей остающаяся в пределах телевизионных новостей, ближе, чем кажется.

### Список используемой литературы:

1. *Бутрин Д.* Теория игр с практическим результатом // Коммерсант. – 2012. – 16.10.12. – Ст. 194 (4979).
2. *Железова Е., Измалков С., Сонин К., Хованская И.* Теория и практика двусторонних рынков // Вопросы экономики. – 2013. – №1. – С. 4–26.
3. *Капелюшников Р.И.* Экономический подход Гэри Беккера к человеческому поведению // "США: экономика, политика, идеология". – ноябрь, 1993.
4. *Трофимов Г.* Руководство к выбору стабильного партнера // Эксперт. – 2012. – №42 (824).
5. *Nasar S.* A Beautiful Mind. – New York: Simon&Schuster, 1998. – 459 P.
6. *Serrano R.* Lloyd Shapley's Matching and Game Theory // Scandinavian Journal of Economics. – 2012, December. – С. 1 – 34.

### Интернет-источники:

1. Давай поженимся // <http://lenta.ru/articles> URL:  
<http://lenta.ru/articles/2012/10/15/nobel/> (дата обращения: 08.03.2013).
2. За игры с врачами // <http://www.gazeta.ru> URL:  
<http://www.gazeta.ru/financial/2012/10/15/4812209.shtml> (дата обращения: 08.03.2013).
3. Конец одиночества (Нобелевская премия по экономике 2012 г.) // <http://ecotrends.ru> URL: <http://ecotrends.ru/news/1491-2012-09-11-06-32-30> (дата обращения: 09.03.2013).
4. Лекция 1. Ядро и вектор Шепли. Первое знакомство // <http://hsecoopgames.wordpress.com> URL:  
<http://hsecoopgames.wordpress.com/2010/04/22/%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F-1-%D1%8F%D0%B4%D1%80%D0%BE-%D0%B8-%D0%B2%D0%B5%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80-%D1%88%D0%B5%D0%BF%D0%BB%D0%B8-%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B2%D0%BE%D0%B5-%D0%B7%D0%BD%D0%B0/> (дата обращения: 09.03.2013).
5. Меченые Нобелем-2012: инженеры рынков Ллойд Шепли и Элвин Рот // <http://poslezavtra.com.ua> URL: <http://poslezavtra.com.ua/mechenye-nobelem-2012-inzheneru-gynkov-llojd-shepli-i-elvin-rot/> (дата обращения: 08.03.2013).
6. Нобелевский комитет ответил на вопрос: а чем эти экономисты занимаются, есть ли польза? // <http://slon.ru> URL:  
[http://slon.ru/economics/nobelevskiy\\_komitet\\_otvetil\\_na\\_vopros\\_a\\_chem\\_eti\\_ekonomisty\\_zanimayutsya\\_est\\_li\\_polza\\_-839727.xhtml](http://slon.ru/economics/nobelevskiy_komitet_otvetil_na_vopros_a_chem_eti_ekonomisty_zanimayutsya_est_li_polza_-839727.xhtml) (дата обращения: 08.03.2013).
7. Нобелевские лауреаты-2012 // <http://www.opes.ru> URL:  
<http://www.opes.ru/1432260.html> (дата обращения: 08.03.2013).
8. Нобелевскую премию по экономике дали за "вечные ценности" // <http://www.1prime.ru> URL: <http://www.1prime.ru/Politics/20121015/757650657.html> (дата обращения: 09.03.2013).
9. Нобелевская премия по экономике 2012 года досталась Элвину Роту и Ллойд Шепли // <http://www.nobeliat.ru> URL: <http://www.nobeliat.ru/new.php?id=64> (дата обращения: 08.03.2013).
10. Нобелевскую премию по экономике получили американцы // <http://www.epravda.com.ua> URL:  
<http://www.epravda.com.ua/rus/publications/2012/10/17/339888/> (дата обращения: 09.03.2013).

11. Сайт Нобелевского Комитета <nobelprize.org>.
12. Суть Нобелевки: математики объяснили девушкам, когда говорить «нет» Джеймсу Бонду // <http://slon.ru> URL: [http://slon.ru/economics/kak\\_matematiki\\_obyasnili\\_devushkam\\_kogda\\_stoit\\_govorit\\_net\\_dzheymusu\\_bondu\\_-839885.xhtml](http://slon.ru/economics/kak_matematiki_obyasnili_devushkam_kogda_stoit_govorit_net_dzheymusu_bondu_-839885.xhtml) (дата обращения: 08.03.2013).
13. Шепли, Ллойд // Википедия URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D8%E5%EF%EB%E8,%CB%EB%EE%E9%E4> (дата обращения: 08.03.2013).
14. Alvin Roth and Lloyd Shapley win the Nobel prize for economics - as it happened // <http://www.guardian.co.uk> URL: <http://www.guardian.co.uk/business/2012/oct/15/nobel-economics-prize> (дата обращения: 08.03.2013).
15. Lloyd and Harlow Shapley, father and son, astronomer and mathematician, and the 2012 Nobel prize in Economics // <http://www.sydneyobservatory.com>. URL: <http://www.sydneyobservatory.com.au/2012/lloyd-and-harlow-shapley-father-and-son-astronomer-and-mathematician-and-the-2012-nobel-prize-in-economics/> (дата обращения: 08.03.2013).
16. MARTHA BETZ SHAPLEY // <http://www.nytimes.com> URL: <http://www.nytimes.com/1981/01/27/obituaries/martha-betz-shapley.html> (дата обращения: 08.03.2013).
17. Practical game theory proves the perfect match for Nobel prize winners // <http://www.theglobeandmail.com> URL: <http://www.theglobeandmail.com/report-on-business/economy/economy-lab/practical-game-theory-proves-the-perfect-match-for-nobel-prize-winners/article4614185/> (дата обращения: 09.03.2013).
18. Printable Biography of Lloyd Shapley // <http://www.allamericanspeakers.com> URL: <http://www.allamericanspeakers.com/celebritytalentbios/Lloyd-Shapley> (дата обращения: 08.03.2013).
19. Professor Lloyd Shapley wins the 2012 Nobel Prize in Economics // <http://www.econ.ucla.edu> URL: <http://www.econ.ucla.edu/news/shapley/> (дата обращения: 08.03.2013)